

Capítulo 2. Diseño a Flexión



2.1. Introducción

2.1.1. Mecánica del concreto reforzado sujeto a flexión

El concreto sujeto a esfuerzos es resistente a compresión y débil en tensión, por ello la razón de la incorporación de refuerzo. En una viga sujeta a cargas externas (**Fig. 2.1a**), se desarrollan momentos a flexión. Como ejemplo, en una viga de concreto simple (sin refuerzo de acero) como la mostrada en la **Fig. 2.1b**, los momentos respecto a "O" debido a las cargas aplicadas son resistidas por el par tensión-compresión. Tal viga falla repentina y completamente a partir de la formación de la primera grieta. En una viga de concreto reforzado (**Fig. 2.1c**), el acero de refuerzo absorbe las fuerzas de tensión después que el concreto agrieta.

Bajo ese principio mecánico, se desarrollan teorías para el diseño de vigas de concreto reforzadas.

El diseño de vigas comprende dos acciones básicas:

1. *El dimensionamiento de su sección.* Este punto tiene que ver con la dimensión vertical que asegure las mínimas deflexiones consideradas en el elemento sujeto a cargas de servicio y la dimensión horizontal adecuada.
2. *La determinación del área de acero, de refuerzo y complementario.* El acero de refuerzo definirá la resistencia y el tipo de falla del miembro y el acero complementario el desempeño del miembro por otros efectos.

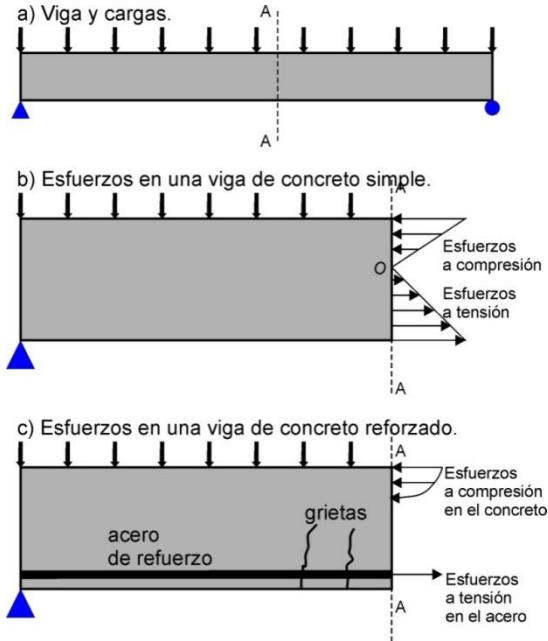


Fig. 2.1. Vigas de concreto simple y concreto reforzado.

2.1.2. Tipos de geometría y posición de refuerzo en vigas

Por su geometría de sección

La **Fig. 2.2** muestra los tres tipos básicos de geometrías de sección más utilizadas: *sección rectangular*, *sección T* y *sección L*, sin excluir otras geometrías de sección. Las losas trabajando en una dirección también son consideradas como vigas con un ancho unitario y un espesor pequeño.

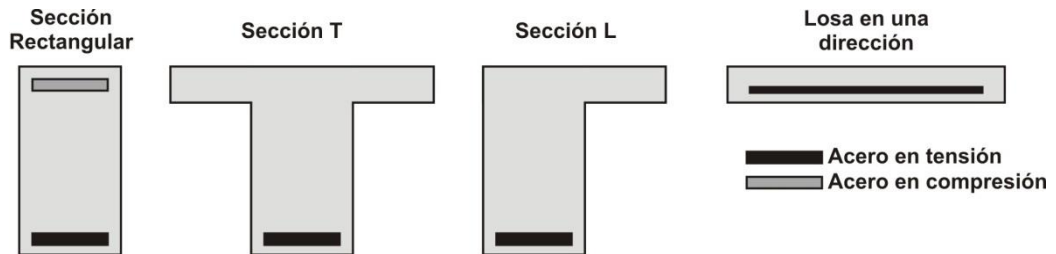


Fig. 2.2. Clasificación de vigas por secciones geométricas y por la función del acero de refuerzo.

Sección rectangular. Es el tipo de sección de uso más común.

Sección en T o L. Dadas ciertas circunstancias, a veces se une la losa monolíticamente con la viga de apoyo formando una viga T en vigas interiores, o viga L

en vigas de borde. Las alas o patines de la sección T o L están formadas por cierta franja de la losa. Los patines proporcionan una fuerza de compresión extra a la sección, por lo que en consecuencia esta puede resistir mayor momento por flexión.

Losa maciza en una dirección. Son aquellas estructuras apoyadas en algunos extremos o en todo su perímetro. La relación del tablero lado largo/lado corto deberá ser mayor de 2 para considerarse en una dirección. En este caso, el acero de refuerzo se proporciona en la dirección corta.

Por la función del acero de refuerzo

En las secciones mostradas en la **Fig. 2.2** se distingue el acero de refuerzo que absorberá los esfuerzos de tensión que el concreto es incapaz de resistir y que por lo general se representa gráficamente en la parte inferior de la sección, si resulta que el momento aplicado es de sentido positivo. Por su parte, el acero a compresión incrementa la capacidad de resistir los esfuerzos a compresión junto con el concreto y se representa su posición en la parte superior cuando su momento aplicado es positivo también. El caso de que el momento resultase negativo, la posición del acero se invierte. Existe la posibilidad de que en las losas no sea necesario el colocar acero por compresión; así lo puede demostrar la práctica en el diseño.

2.1.3. Suposiciones de diseño. Método Unificado de Diseño

El diseño de las secciones transversales sometidas a la carga de flexión se debe basar en el equilibrio y la compatibilidad de deformaciones utilizando las hipótesis de **ACI-10.2**. La linealidad se ve presente en estas hipótesis. En las siguientes suposiciones descansa la base de diseño a flexión:

El equilibrio y la compatibilidad de deformaciones se basa en una distribución de deformación lineal. Las suposiciones de diseño formuladas por el ACI para la teoría de flexión están basadas en la sección de Bernoulli.

1. El diseño debe basarse en las condiciones aplicables de equilibrio y compatibilidad de las deformaciones (**ACI 10.2.1**).
2. Las deformaciones en el acero de refuerzo y en el concreto deben suponerse directamente proporcionales a la distancia desde el eje neutro, excepto en elementos de gran peralte (**ACI 10.2.2**).
3. La máxima deformación unitaria en la fibra extrema en compresión del concreto, ϵ_c se supondrá igual a 0.003 (**ACI 10.2.3**).
4. El esfuerzo en el acero de refuerzo que sea menor a la resistencia a la fluencia f_y , debe tomarse como E_s veces la deformación del acero, ϵ_s . Para deformaciones mayores a f_y , el esfuerzo se considera independiente de la deformación e igual a f_y (**ACI 10.2.4**).
5. La resistencia a la tensión del concreto no deberá considerarse en los cálculos de concreto reforzado sujetos a flexión y carga axial (**ACI 10.2.5**).
6. La relación de la distribución del esfuerzo por compresión en el concreto y su deformación se satisface con una geometría rectangular equivalente de

esfuerzos uniformes de $0.85f'_c$, limitado por los bordes de la sección transversal y una línea recta paralela a eje neutro a una distancia $a=\beta_1c$ de la fibra de deformación unitaria máxima en compresión. Para f'_c entre 17 y 28 N/mm^2 (170 y 280 kgf/cm^2), el factor β_1 se debe tomar como 0.85. Para un f'_c mayor a 28 N/mm^2 (280 kgf/cm^2), β_1 debe disminuir en forma lineal a razón de 0.05 por cada 7 N/mm^2 (70 kgf/cm^2) de incremento a 28 N/mm^2 (280 kgf/cm^2). β_1 no debe exceder a 0.65 (**ACI 10.2.6, 10.2.7, 10.2.7.1, 10.2.7.2, 10.2.7.3**).

Estos seis puntos comentados se resumen en los diagramas esfuerzo-deformación presentados a continuación.

El tipo de diagrama de esfuerzo-deformación en la **Fig. 2.3** obedece a la linealidad en la deformación. A este tipo de geometría nos referimos con el término de linealidad para el diseño a flexión. La linealidad de la deformación será la misma para todo tipo geométrico de sección. Con la linealidad resulta sencillo hacer formulaciones en deformación a cierto nivel de la sección. Nótese además que la deformación por parte del acero, ϵ_s se va a tomar en la capa de varillas más alejada en tensión para los cálculos contemplados que involucren la deformación. No así al momento de calcular el esfuerzo en el concreto que se tomará al centroide del mismo. A una distribución lineal no hay correspondencia lineal de esfuerzos en el concreto, dada su naturaleza quasi-frágil. En el diagrama de esfuerzos, el bloque de compresiones no es el real, sino que está basado del punto 6 de la **Sección 2.1.3**. Aunque se sugieren varias geometrías de la distribución de esfuerzos en el concreto, la distribución de esfuerzos rectangular es la más utilizada por su facilidad en los cálculos

Diagramas de esfuerzo y deformación

En una sección sujeta a momento, se desarrollarán esfuerzos y deformaciones. La **Fig. 2.3** es un diagrama típico de esfuerzo-deformación.

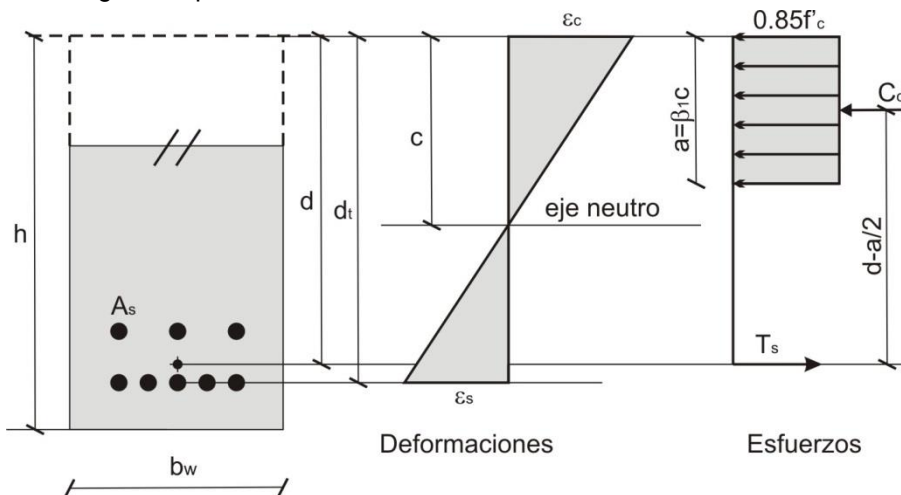


Fig. 2.3. Diagrama esfuerzo-deformación. La línea punteada representa cualquier geometría de sección.

Del diagrama de deformaciones se puede obtener la siguiente relación con el eje neutro, c , el peralte efectivo, d , la deformación del acero, ϵ_s y la del concreto, ϵ_c :

$$\frac{c}{\epsilon_c} = \frac{d}{\epsilon_s + \epsilon_c} \quad 2.1$$

$d=d_t$ cuando haya bicapa de acero. En el diagrama de esfuerzos de la **Fig. 2.3**, el bloque de compresiones rectangular está de acuerdo a lo dado por el **ACI 10.2.7.1**, identificada como aquel área donde se aplican los esfuerzos dados por el concreto. Su altura o profundidad, a , viene dada por:

$$a=\beta_1c \quad 2.2 \text{ (ACI 10.2.7.1)}$$

β_1 (relación entre la altura del bloque de compresiones y la del eje neutro) se calcula según sigue:

$$\begin{aligned} \beta_1 &= 0.85 \text{ si } f'_c \leq 28 \text{ N/mm}^2 \\ \beta_1 &= 0.85 \text{ si } f'_c \leq 280 \text{ kgf/cm}^2 \end{aligned} \quad 2.3a$$

$$\begin{aligned} \beta_1 &= 0.85 - 0.05 \left(\frac{f'_c - 28}{7} \right) \text{ si } 28 \leq f'_c \leq 56 \text{ N/mm}^2 \\ \beta_1 &= 0.85 - 0.05 \left(\frac{f'_c - 280}{70} \right) \text{ si } 280 \leq f'_c \leq 560 \text{ kgf/cm}^2 \end{aligned} \quad 2.3b \quad \text{(ACI 10.2.7.3)}$$

$$\begin{aligned} \beta_1 &= 0.65 \text{ si } f'_c \geq 56 \text{ N/mm}^2 \\ \beta_1 &= 0.65 \text{ si } f'_c \geq 560 \text{ kgf/cm}^2 \end{aligned} \quad 2.3c$$

La fuerza de compresión, C_c es la fuerza equivalente de los esfuerzos aplicada en su baricentro:

$$C_c=0.85f'_c ab_w \quad 2.4$$

Se llama la atención en que el esfuerzo se mantendrá siempre a $0.85 f'_c$. La fuerza de tensión en el acero, T_s es la fuerza equivalente en el acero.

$$T_s=A_s f_s \quad 2.5$$

f_s representa el esfuerzo aplicado al acero.

Algunas otras relaciones básicas que se determinan mediante estos diagramas, se habrán de establecer en el diseño específico de un elemento dado tratado más adelante.

2.1.4. Clasificación de fallas por flexión en vigas

El **ACI 10.3.2 a 10.3.5** define cinco tipos de fallas en vigas como se muestra en la

Tabla 2.1. La falla se encuentra en función de la deformación del acero, siendo constante en todo momento la deformación del concreto.

El correcto diseño de vigas debe recaer en el tipo de *falla dúctil*. Si una viga falla de forma dúctil, la estructura advierte su falla de dejar el lugar antes del colapso final. Bajo este esquema el tipo de falla se habrá de revisar acorde a la deformación del acero.

| Tabla 2.1. Clasificación de fallas en vigas y límites de deformación (ACI 10.3). | | | |
|---|--|---|----------------------|
| Condición de la sección | Deformación del concreto, ϵ_c | Deformación última del acero para $f_y=420 \text{ N/mm}^2$ (4200 kgf/cm^2) | Modo de falla |
| Controlada a tensión | 0.003 | $\epsilon_s \geq 0.005$ | Dúctil |
| Región de transición en flexión | | $0.004 \leq \epsilon_s < 0.005$ | |
| Región de transición | | $0.002 \leq \epsilon_s < 0.005$ | Frágil |
| Condición balanceada | | $\epsilon_s = 0.002$ | |
| Controlada a compresión | | $\epsilon_s < 0.002$ | |

La deformación se calcula exclusivamente en el acero para determinar el tipo de falla que tendrá la viga de acuerdo a los límites correspondientes de deformación. Dos clases de vigas se pueden distinguir en la falla: dúctil y frágil y son las vigas subreforzadas y sobreforzadas respectivamente.

2.2. Formulaciones para el Diseño

Un diagrama sin detalles para el diseño por flexión se muestra en la **Fig. 2.4**.

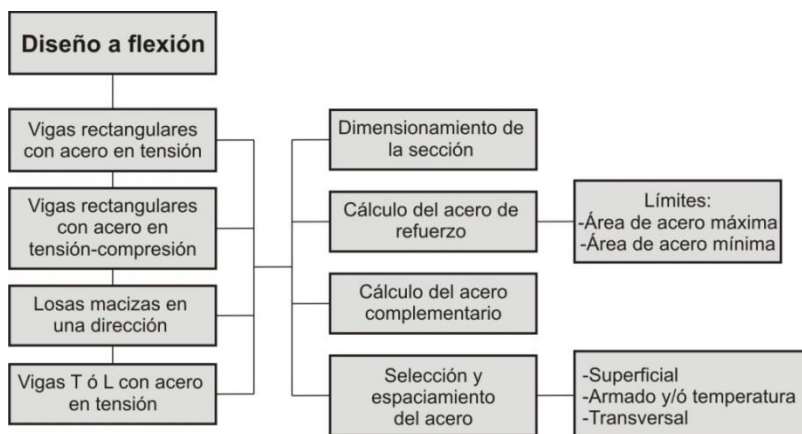


Fig. 2.4. Diagrama de diseño para flexión sin detalle.

2.2.1. Dimensionamiento de la sección

La **Fig. 2.5** es una ayuda gráfica para identificar las variables que se mencionarán adelante.

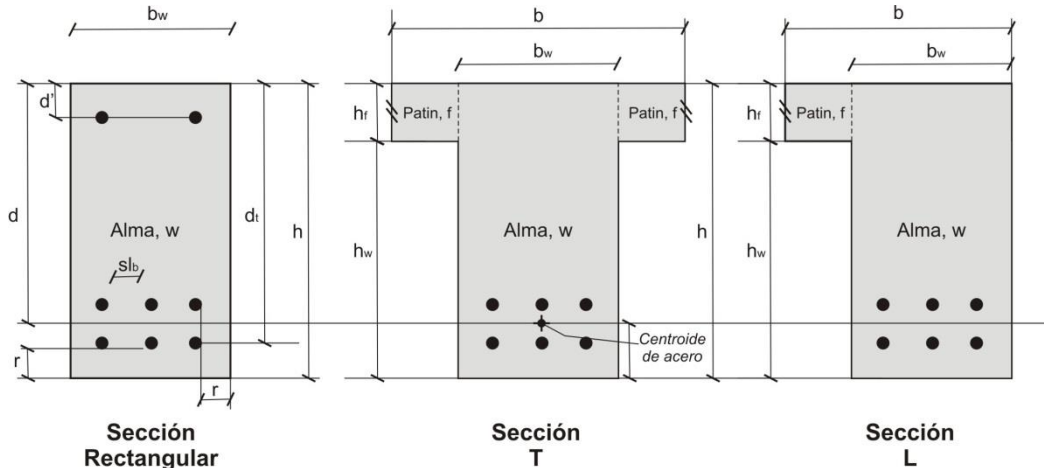


Fig. 2.5. Representación de las variables del dimensionamiento de distintos tipos de vigas.

Datos previos

Claro, L. Es la longitud del miembro. El claro está limitado entre apoyos. Una viga continua como parte de una edificación puede contener varios claros. El diseño contempla el claro de esa viga limitada entre apoyos.

Condición de apoyo. Es la condición de restricción de movimiento a cada extremo de la viga. La magnitud y sentido del momento lo determina la condición de apoyo. Las condiciones de apoyo comunes se incluyen en tipos de vigas simplemente apoyadas, empotradas, voladizo, etc.

Geometría de la sección. Se determina por aspectos arquitectónicos o de desempeño en servicio de la viga.

Recubrimiento, r. Es una capa de protección por el mismo concreto dada al acero de refuerzo para prevenir su deterioro por corrosión u otras eventualidades. El recubrimiento está en función del nivel de exposición del entorno con la estructura. La **Tabla 2.2** presenta los recubrimientos mínimos de acero para varias circunstancias acorde al **ACI 7.7.1**.

Peralte total, h. En vigas rectangulares es la altura total de la sección del elemento. En vigas T o L es la suma del peralte del alma, h_w y el espesor del patín, h_f . El peralte total es el mínimo valor de peralte que asegurará mínimas deflexiones. La **Tabla 2.3** muestra los peraltes mínimos de vigas y losas, acorde al **ACI 9.5.2.1**.

| Tabla 2.2. Recubrimientos mínimos (ACI 7.7.1). | |
|---|-----------------------------|
| Circunstancia | Recubrimiento, r, mm |
| Concreto colado en contacto con el suelo y permanentemente expuesto a éste: | 75 |
| Concreto expuesto al suelo o a la acción del clima: Varillas de 19 a 57 mm (3/4" a 2-1/4") Varillas de 16 mm y menor (5/8" y menor) | 50 40 |
| Concreto no expuesto a la acción del clima ni en contacto con el suelo: Losas, muros y nervaduras: Varillas de 43 y 57 mm (1-3/4" y 2-1/4") Varillas de 36 mm y menores (1-3/8" y menores) Vigas y columnas: Refuerzo principal, anillos, estribos, espirales Cascares y placas delgadas Varillas de 19 mm y mayores (3/4" a 2-1/4") Varillas de 16 mm y menores (5/8" y menor) | 40 20 40 20 13 |

| Tabla 2.3. Peraltes mínimos, h_{min} para control de deflexiones (ACI 9.5.2.1). | | | | |
|---|----------------------------|----------------------------|---------------------------------|-----------------|
| Miembros | Libremente Apoyados | Un Extremo continuo | Ambos Extremos Continuos | Voladizo |
| Vigas o losas nervadas en una dirección | L/16 | L/18.5 | L/21 | L/8 |
| Losas macizas en una sola dirección | L/20 | L/24 | L/28 | L/10 |

Peralte efectivo a tensión, d o d_t . El peralte efectivo, d es la altura desde el punto de la fibra a compresión más extrema al centroide de la capa de varillas en tensión. El peralte efectivo de la capa más tensionada, d_t es la altura desde el punto de la fibra más extrema en compresión al centroide de la capa de varillas más alejada en tensión. $d=d_t$ cuando existe una sola capa de varillas.

Para una sola capa o múltiples capas de acero de refuerzo:

$$d = h - (r + d_s + 0.5d_b), \text{ una sola capa}$$

2.6a

$$d = h - (h_{\text{centroide}}), \text{ bicapa}$$

2.6b

$$d_t = h - y_2$$

2.6c

$$d' = r + d_s + 0.5d_b$$

2.6d

Siendo d_s el diámetro del estribo. $0.5 d_b$ es el centroide de las varillas supuestas siempre y cuando tuviese ese grupo el mismo diámetro. En ocasiones el acero de refuerzo se puede repartir en dos o más capas. El peralte efectivo en bicapa, d puede calcularse como la diferencia del peralte, h y la altura del centroide, $h_{\text{centroide}}$.

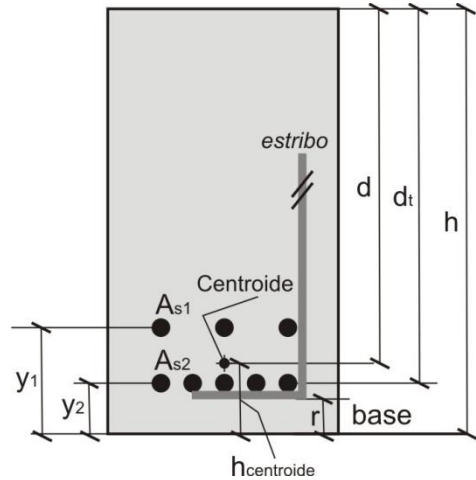


Fig. 2.6. Ilustración de la determinación del centroide del área de acero.

La altura del centroide, $h_{\text{centroide}}$ puede calcularse tomando en cuenta la sumatoria de momentos respecto a la base de la viga o según sea el caso (**Fig. 2.6**).

$$y_2 = r + d_s + 0.5d_b \tag{2.7a}$$

$$y_1 = r + d_s + d_b + s_{lbv} + 0.5d_b \tag{2.7b}$$

$$h_{\text{centroide}} = \frac{A_{s1} \times y_1 + A_{s2} \times y_2}{A_{s1} + A_{s2}} \tag{2.7c}$$

Peralte efectivo a compresión, d' . Es la altura desde la fibra a compresión más extrema al punto en el centroide de la capa de varillas en compresión.

Base en alma, b_w y en patín, b . b_w es el ancho del alma de una viga rectangular, T o L. En vigas T o L, b es el ancho total que componen los patines (**Fig. 2.5**). La forma de determinar b_w o b es la siguiente:

| Tipo de Viga | b_w | | b | |
|---------------|-------------|-----|--|-------------------|
| Rectangular | 0.3h a 0.6h | 2.8 | — | |
| T | | | $\text{MIN}(L/4, 16h_f + b_w, 0.5s + b_w)$ | 2.9 (ACI 8.12.2) |
| L | | | $\text{MIN}(L/12 + b_w, 6h_f + b_w, 0.5s + b_w)$ | 2.10 (ACI 8.12.3) |
| T/ L aisladas | | | $4b_w$ con $h_f \geq 0.5b_w$ | 2.11 (ACI 8.12.4) |

2.2.2 Cálculo del acero de refuerzo

Datos previos para todas las secciones

Como características del material, f'_c es la resistencia a la compresión especificada del concreto a los 28 días de edad, y f_y es la resistencia a la fluencia especificada del acero.

Las dimensiones geométricas han sido ya descritas en el dimensionamiento.

Momento solicitante o último, M_u

El momento último se puede obtener de un análisis estructural o de una forma aproximada como la mostrada en la **Tabla 2.4** de acuerdo al **ACI 8.3.3**.

El diseño a flexión está relacionado con este elemento mecánico. El *momento* es el elemento mecánico que actúa en el elemento en el plano x-y (**Fig. 2.7**). El sentido del momento define en la sección de la viga los esfuerzos a compresión y tensión, útiles para saber en qué sentido (superior o inferior) se ha de colocar el refuerzo de acero. Por lo general, el valor mayor de la magnitud del momento se toma en cuenta para el diseño de la viga en toda su longitud. En la **Fig. 2.7** se muestran dos ejemplos de vigas donde actúa tanto un momento positivo y uno negativo respectivamente. Se toma arbitrariamente al momento positivo como aquel en el mismo sentido de las manecillas de reloj y el negativo al contrario de estas.

| Tabla 2.4. Cálculo de Momentos Últimos. ACI 8.3.3. |
|--|
| <p>a) Debe haber más de dos claros. b) Los claros deben ser aproximadamente iguales, sin embargo, para dos claros de diferente longitud adyacentes, claro largo < 1.2 claro corto. c) Las cargas deberán ser uniformes. d) La carga viva no deberá exceder 3 veces la carga muerta. e) Los miembros deben ser prismáticos.</p> <p>Momento positivo: Claros externos:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Extremo discontinuo, libremente apoyado, $M_u = w_u L^2 / 11$ ▪ Extremo discontinuo sujeto a soporte, $M_u = w_u L^2 / 14$ <p>Claros interiores, $M_u = w_u L^2 / 16$</p> <p>Momento negativo en paño exterior del primer soporte interno:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Dos claros, $M_u = w_u L^2 / 9$ ▪ Más de dos claros, $M_u = w_u L^2 / 10$ <p>Momento negativo en otros paños de soportes interiores, $M_u = w_u L^2 / 11$</p> <p>Momento negativo en paños de todos los soportes para:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Losas con claros que no excedan 3m y vigas donde la relación de la sumatoria de las rigideces de sus columnas / la sumatoria de las rigideces de las vigas exceda 8 en cada extremo del claro, $M_u = w_u L^2 / 12$ <p>Momento negativo en paño interior de soporte exterior para miembros construidos monolíticamente con los soportes:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Soporte es viga de borde, $M_u = w_u L^2 / 24$ ▪ Soporte es columna, $M_u = w_u L^2 / 16$ |

En la **Fig. 2.7** se muestran ejemplos de una viga simplemente apoyada y otra en voladizo con las cargas externas, una carga distribuida w y una carga puntual P . Como reacciones están R_A y R_B para su equilibrio. El diagrama de momento en el punto m a una distancia x de la viga resulta de la sumatoria del producto de la reacción R_A por su

brazo de palanca x y la porción de la carga w por su distancia x por su brazo de palanca $0.5x$. Los momentos respectivos de los diagramas resultan ser positivos y negativos respectivamente. Este momento calculado se conoce como el momento último, M_u o también como el momento solicitante.

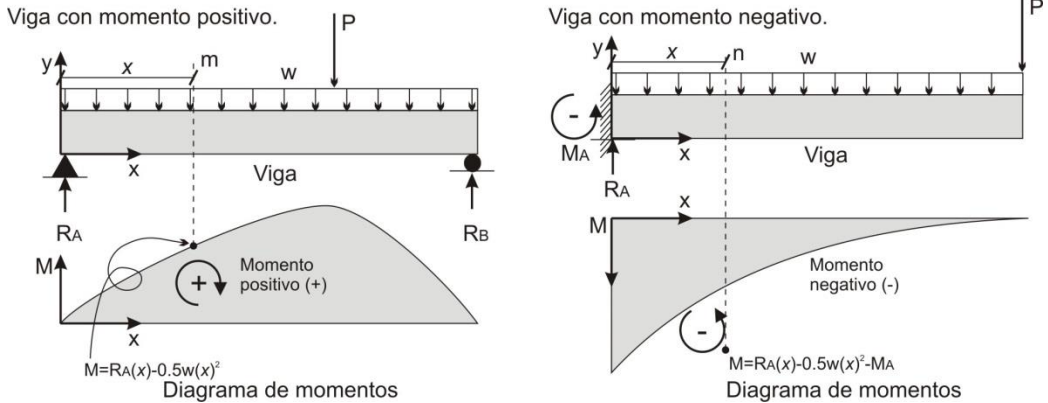
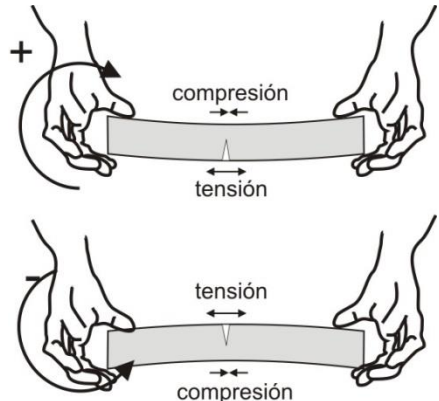


Fig. 2.7. Ejemplos de vigas y sus momentos.

Una interpretación más sencilla del momento positivo y negativo es tomar imaginariamente la viga con nuestras manos (**Fig. C.2.1**). El punto de referencia será la mano izquierda. Cuando esta gire en el sentido de las manecillas del reloj el momento será positivo y la viga comenzará a agrietar en la parte baja. Cuando la mano izquierda gire en sentido contrario a las manecillas del reloj, el momento será negativo y se espera la viga agriete por la parte superior. El conocer el sentido del momento ayuda a saber en cual lecho se ha de colocar el acero a tensión: Momento positivo, parte inferior, Momento negativo, parte superior.

Fig. C.2.1.



Momento nominal, M_n

El momento nominal, M_n es el momento interno determinado por la mecánica del material que debe resistir la sección. El momento nominal se determina a partir del

cálculo del momento generado por el producto de la fuerza del concreto por el brazo de palanca o el producto de la fuerza del acero por el brazo de palanca. La ubicación de M_n puede ser en el baricentro de los esfuerzos del concreto o en aquel de los esfuerzos en el acero (**Fig. 2.8**).

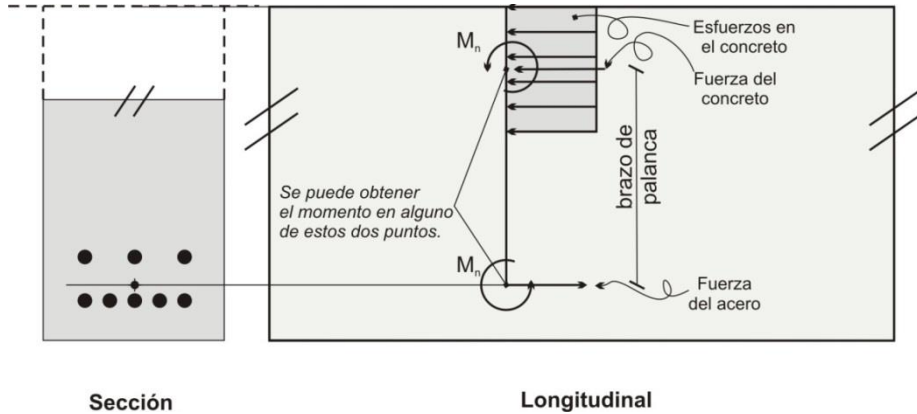


Fig. 2.8. Momento nominal determinado a partir de los esfuerzos del concreto y el acero.

El planteamiento por diseño a flexión está dado por la **Ec. 2.12**, que es la base del diseño de las secciones que se tratarán enseguida.

$$M_u \leq \phi M_n$$

2.12

2.2.2.1. Cálculo de acero de refuerzo en vigas rectangulares con acero en tensión

Área de acero, A_s

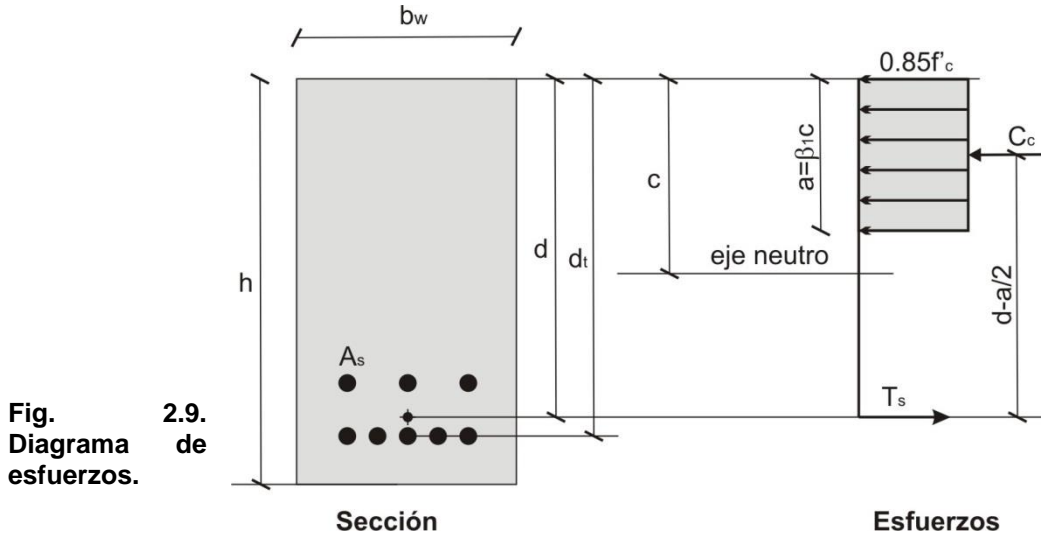
La determinación del área de acero de refuerzo, A_s en la sección viene dada por el planteamiento de la condición de los elementos mecánicos M_u y M_n , así como los valores de f'_c , d , b_w , b , etc. La **Fig. 2.8** que expone el planteamiento de M_n , necesita determinar previamente las fuerzas del acero y concreto y sus dimensiones. Las fuerzas del acero, T_s y concreto, C_c se determinan a partir del diagrama de esfuerzos dado en la **Fig. 2.9**.

$$C_c = 0.85f'_c ab_w$$

2.4

$$T_s = A_s f_s$$

2.5



Por equilibrio, $C_c = T$. la profundidad del bloque de compresiones, a es:

$$a = \frac{A_s f_s}{0.85 f'_c b_w}$$

Si $f_s = f_y$:

$$a = \frac{A_s f_y}{0.85 f'_c b_w}$$

2.13

De acuerdo a la **Fig. 2.9**, el momento nominal resistente será:

$$M_n = C_c (d - a/2) = A_s f_y (d - a/2)$$

Sustituyendo la **Ec. 2.13** en M_n por parte de la contribución del acero:

$$M_n = A_s f_y \left(d - \left(\frac{A_s f_y}{1.7 f'_c b_w} \right) \right)$$

Llamando $q = \frac{A_s f_y}{f'_c b_w d}$ y puesto que $M_u = \phi M_n$; $M_n = M_u / \phi$:

$$\frac{M_u}{b d^2 f'_c} = \phi q (1 - 0.59 q)$$

Despejando q por medio de la Ec. Cuadrática, y resolviendo se tiene:

$$q = \frac{1 - \sqrt{1 - 2.36 \left(\frac{M_u}{\phi b_w d^2 f_c} \right)}}{1.18} \quad 2.14$$

$$A_s = \frac{q f_c b_w d}{f_y} \quad 2.15$$

En el diseño de vigas, el factor de reducción, como primera aproximación, puede proponerse como $\phi=0.9$, que luego se recalculará para su convergencia.

Área de acero máxima, A_{smax}

El área de acero máxima, A_{smax} determina el valor máximo del contenido de acero que la sección debe contener para asegurar su *falla dúctil*. La **Fig. 2.10** representa diagramas de deformación con los valores límites de la misma, según lo mostrado en la **Tabla 2.1**. *Estos diagramas son válidos para toda geometría de sección* y se utilizan aquí en el planteamiento para este tipo de sección. Se pueden relacionar las pendientes de la deformación entre sí y asociar a cada uno de esos límites un área de acero. Según se muestra en la **Fig. 2.10**, la falla balanceada que corresponde a una ϵ_s (también ϵ_y , siendo la fluencia del acero) de 0.002 se le asocia un área de acero balanceada, A_{sb} . Del mismo modo, a una deformación de 0.004, se le puede asociar un área de acero máxima, A_{smax} .

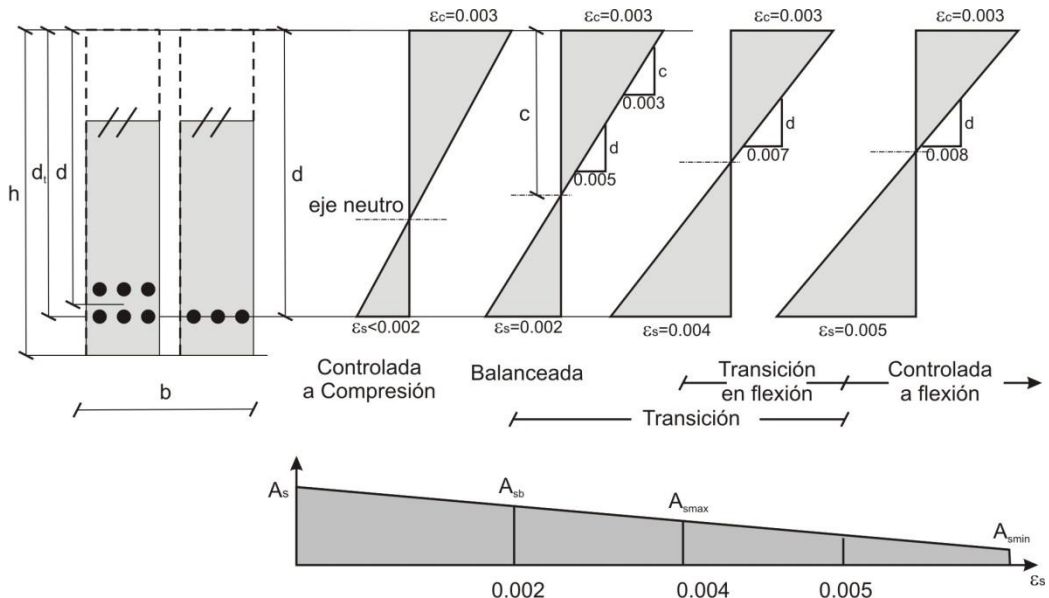


Fig. 2.10. Clasificaciones de fallas y límites de deformación del acero.

La relación entre las pendientes de deformación correspondientes de la condición de transición en flexión y la condición balanceada es:

$$\frac{A_{smax}}{A_{sb}} = \frac{(d\phi_t/0.007)}{(d\phi_t/0.005)} = 0.714$$

La relación entre las pendientes de deformación correspondientes de la condición controlada a tensión y la condición balanceada es:

$$\frac{A_{smax}}{A_{sb}} = \frac{(d\phi_t/0.008)}{(d\phi_t/0.005)} = 0.625$$

Precisando, la relación A_s/A_{sb} debe estar en los siguientes rangos:

| | | |
|---------------------------------|--------------------------------------|--------------|
| $0.625 < A_s/A_{sb} \leq 0.714$ | Falla dúctil, transición por flexión | 2.16a |
| $A_s/A_{sb} \leq 0.625$ | Falla dúctil, controlada a tensión | 2.16b |

Como otra opción, la falla se puede identificar en función de la deformación del acero. Nuevamente con la **Fig. 2.10**, la relación entre cualquier pendiente y la pendiente de condición balanceada, se tiene:

$$\frac{A_s}{A_{sb}} = \frac{(d\phi_t/\epsilon_s + 0.003)}{(d\phi_t/0.005)}$$

Donde:

$$\epsilon_s = \left(\frac{0.005}{A_s/A_{sb}} \right) - 0.003 \quad \mathbf{2.17}$$

Acorde a la **Tabla 2.1**:

| | | |
|---------------------------------|--------------------------------------|--------------|
| $0.004 \leq \epsilon_s < 0.005$ | Falla dúctil, transición por flexión | 2.18a |
| $\epsilon_s \geq 0.005$ | Falla dúctil, controlada a tensión | 2.18b |

El planteamiento de la determinación del área de acero balanceada, A_{sb} puede ser el siguiente. En la **Fig. 2.10** se observa que para el diagrama de deformaciones en la condición balanceada:

$$\frac{c_b}{0.003} = \frac{d\phi_t}{0.005}, \text{ de donde:}$$

$$c_b = \frac{0.003d\phi_t}{0.005} = 0.60d\phi_t \quad \mathbf{2.19}$$

Para el diagrama de esfuerzos de la **Fig. 2.9**:

$$a_b = \beta_1 c_b = 0.6 \beta_1 d \text{ ó } d_t \quad 2.20$$

$$C_{cb} = 0.85 f'_c a_b b_w \quad 2.21$$

$$T_{sb} = A_{sb} f_y \quad 2.22$$

Con $C_{cb} = T_{sb}$

$$A_{sb} = \frac{C_{Cb}}{f_y} = \frac{0.85 f'_c a_b b_w}{f_y} \quad 2.23$$

Factor de reducción, ϕ

De acuerdo al valor de la deformación resultante del acero, ϵ_s , para elementos controlados a tensión $\phi=0.9$ y $\phi=0.65$ para otras situaciones (**ACI 9.3.2**). Para la región de transición en flexión, ϕ puede determinarse por interpolación entre 0.65 y 0.9. Las ecuaciones lineales en esta zona están dadas por:

$$\phi = 0.65 + (\epsilon_t - 0.002) \left(\frac{250}{3} \right) \quad 2.24 \text{ (ACI 9.3.2)}$$

La **Fig. 2.11** muestra esquemáticamente los límites de refuerzo y el valor de ϕ .

Área de acero mínima, A_{smin}

En vigas, donde los cálculos demuestran que no se requiere de refuerzo, el ACI especifica cantidades de acero mínimas para asegurar la falla dúctil. El área de acero mínima, A_{smin} especificada para vigas (**ACI 10.5.1**) será:

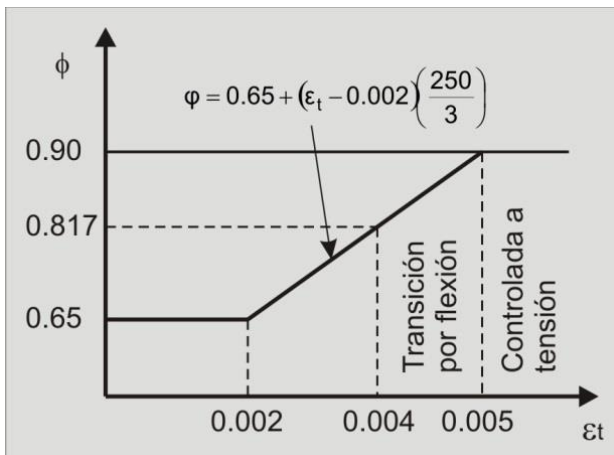


Fig. 2.11. Esquema de definición de límites de acero, deformaciones y valores de ϕ .

| | | |
|--|---|---------------------------|
| $A_{smin} = \text{MAX} \left(\frac{0.25 \sqrt{f'_c} b_w d}{f_y}, \frac{1.4 b_w d}{f_y} \right)$ | [SI] | 2.25a (ACI 10.5.1) |
| $A_{smin} = \text{MAX} \left(\frac{0.8 \sqrt{f'_c} b_w d}{f_y}, \frac{14 b_w d}{f_y} \right)$ | [mks] | 2.25b (ACI 10.5.1) |
| Si $A_s/A_{smin} < 1.0$ | Se debe colocar el A_{smin} en sección | 2.26a |
| Si $A_s/A_{smin} \geq 1.0$ | El acero calculado es mayor al A_{smin} , y es correcto | 2.26b |

2.2.2.2. Cálculo de acero de refuerzo en vigas rectangulares con acero en tensión-compresión

Este tipo de vigas tienen refuerzo tanto en la zona de tensión como en aquella donde existen compresiones, incrementando esta última la fuerza de compresión en el bloque de compresiones junto con el concreto, teniendo en consecuencia un incremento de momento resistente.

Determinar si es necesaria la viga con acero a tensión-compresión

Esta condición puede cumplirse calculando un área de acero máxima correspondiente del momento par concreto-acero, A_{cs} y su correspondiente momento nominal, ϕM_{ncs} . (Este cálculo es equivalente al diseño para una viga con refuerzo a tensión únicamente, como el mostrado en la sección anterior).

| | |
|---|-------------|
| $a_b = \beta_1 c_b = 0.6 \beta_1 d \text{ ó } d_t$ | 2.20 |
| $A_{sb} = \frac{C_{Cb}}{f_y} = \frac{0.85 f'_c a_b b_w}{f_y}$ | 2.23 |
| $A_{cs} = 0.625 A_{sb}$ | 2.27 |
| $a = \frac{A_{cs} f_y}{0.85 f'_c b_w}$ | 2.28 |
| $\phi M_{ncs} = \phi [A_{cs} f_y (d - a/2)]$ | 2.29 |

En la **Ec. 2.27**, se tomaría el valor de 0.714 por ser el área de acero máxima en transición por flexión, sin embargo, la recomendación encontrada en la literatura recomienda sea de un 90% del área de acero máxima, y ese valor se aproxima a la falla controlada a tensión de 0.625.

- Si $M_u \leq \phi M_{ncs}$, la viga no necesita acero a compresión y se diseña como viga rectangular con refuerzo a tensión únicamente.
- Si $M_u > \phi M_{ncs}$, la viga necesita acero a tensión-compresión.

Diseño como viga con refuerzo a tensión

Se diseña como viga rectangular con acero a flexión únicamente, como lo mostrado en la sección anterior.

Diseño como viga con acero a tensión-compresión

Determinación del área de acero, A_s

De acuerdo a la **Fig. 2.12** se puede calcular el área de acero, A_{cs} para el par concreto-acero calculado previamente.

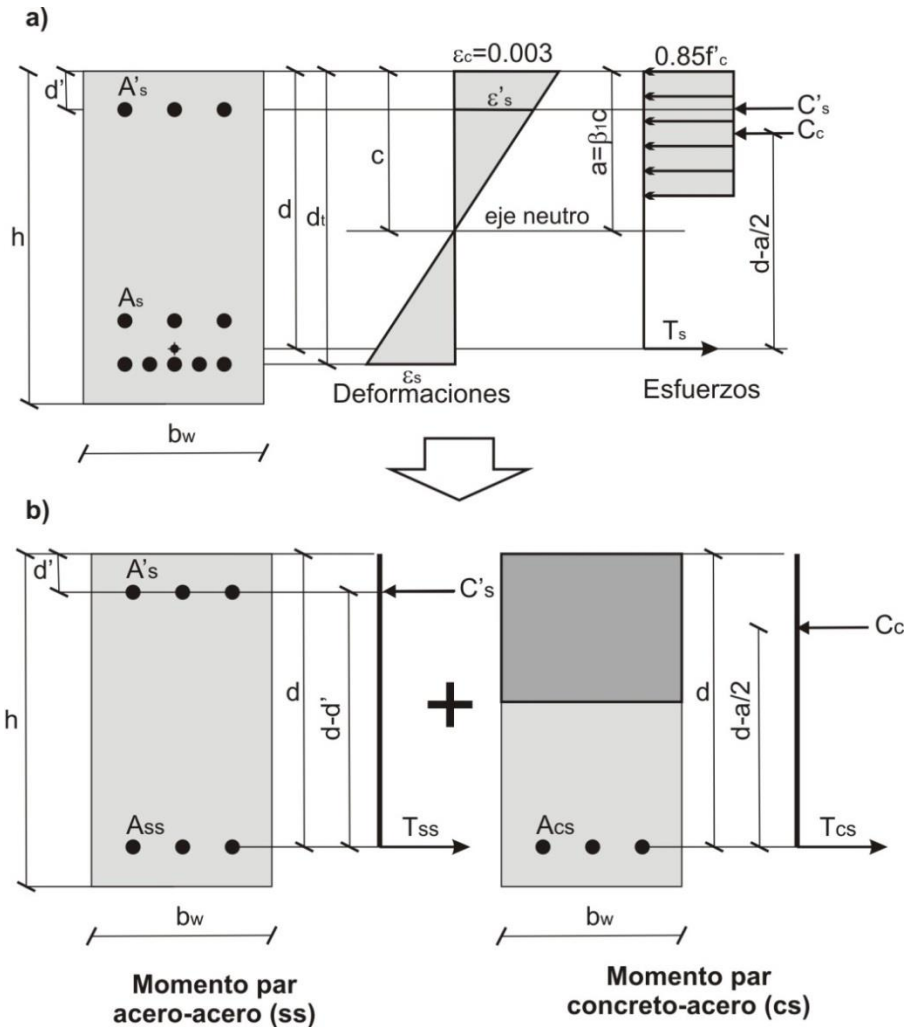


Fig. 2.12. a) Sección en una viga con refuerzo a tensión-compresión.
b) Secciones del par acero-acero (ss) y el par concreto-acero (cs).

$$a_b = 0.6\beta_1 d \text{ ó } d_t \quad 2.20$$

$$A_{sb} = \frac{C_{Cb}}{f_y} = \frac{0.85f'_c a_b b_w}{f_y} \quad 2.23$$

$$A_{cs} = 0.625A_{sb} \quad 2.27$$

$$a = \frac{A_{cs} f_y}{0.85f'_c b_w} \quad 2.28$$

$$M_{ncs} = [A_{cs} f_y (d - a/2)] \quad 2.30$$

El momento residual nominal, M_{nss} que debe ser resistido por el par acero-acero resulta:

$$M_{nss} = M_u / \phi - M_{ncs} \quad 2.31$$

La fuerza a compresión requerida en el acero, C'_s es:

$$C'_s = \frac{M_{nss}}{(d - d')} \quad 2.32$$

El valor de ϕ se puede suponer como 0.9. Puesto que $C'_s = A'_s f'_s$, se podría calcular A'_s , pero antes se debe determinar si f'_s toma el valor de f_s o f_y (si llega a la fluencia o no), para ello, se sustituye el valor de a de la **Ec.2.28** con la **Ec. 2.2** (despejando c), así:

$$c = \frac{a}{\beta_1} = \frac{A_{cs} f_y}{\beta_1 0.85f'_c b_w} \quad 2.33$$

En la **Fig. 2.12a** para el diagrama de deformaciones:

$$\epsilon'_s = \frac{0.003(c - d')}{c} \quad 2.34$$

- Si $\epsilon'_s \geq 0.002$, el acero a compresión llega a la fluencia y $f'_s = f_y = 420 \text{ N/mm}^2$ o 4200 kgf/cm^2 .
- Si $\epsilon'_s < 0.002$, el acero a compresión no llega a la fluencia, entonces:

$$f'_s = \epsilon'_s E_s \quad 2.35$$

Con $A_{ss} f_y = f'_s A'_s$, el área de acero a compresión A'_s requerida es:

$$A'_s = \frac{C'_s}{f'_s} \quad 2.36$$

El área de acero del par acero-acero, A_{ss} es:

$$A_{ss} = \frac{f'_s A'_s}{f_y} \quad 2.37$$

y el área de acero total en el lecho inferior A_s es:

$$A_s = A_{ss} + A_{cs} \quad 2.38$$

Área de acero máxima, A_{smax}

Los valores de los límites de deformación son similares que aquellos planteados para la sección anterior; las pendientes de deformación en los límites impuestos por el ACI y su relación con la pendiente balanceada son los mismos.

$$0.625 < A_s/A_{sb} \leq 0.714 \quad \text{Falla dúctil, transición por flexión} \quad 2.16a$$

$$A_s/A_{sb} \leq 0.625 \quad \text{Falla dúctil, controlada a tensión} \quad 2.16b$$

$$\epsilon_s = \left(\frac{0.005}{A_s/A_{sb}} \right) - 0.003 \quad 2.17$$

$$0.004 \leq \epsilon_s < 0.005 \quad \text{Falla dúctil, transición por flexión} \quad 2.18a$$

$$\epsilon_s \geq 0.005 \quad \text{Falla dúctil, controlada a tensión} \quad 2.18b$$

Para el cálculo de A_{sb} , en la sección anterior se vio que equivale a la relación de compresiones en el concreto en condiciones balanceadas, C_{cb} sobre la fluencia del acero, f_y . En una viga doblemente reforzada las partes a compresión son el concreto, C_{cb} y el acero, C'_{sb} en tal condición. Entonces:

$$A_{sb} = \frac{(C_{cb} + C'_{sb})}{f_y} \quad 2.39$$

En la **Fig. 2.12a** en el diagrama de deformaciones y anteponiendo la situación balanceada, se puede calcular la relación de C'_{sb} por medio del cálculo de ϵ'_{sb} . ϵ'_{sb} puede tener cualquier valor incluido el balanceado.

$$\epsilon'_{sb} = \frac{0.003(c_b - d')}{c_b} \quad 2.40$$

| | |
|---|-------------|
| $C'_{sb} = E_s \epsilon'_{sb} A'_s$ | 2.41 |
| $C_b = 0.60 d_o d_t$ | 2.19 |
| $a_b = \beta_1 c_b = 0.6 \beta_1 d_o d_t$ | 2.20 |
| $C_{cb} = 0.85 f'_c a_b b_w$ | 2.21 |

Factor de reducción, ϕ

Es el mismo concepto aplicado en la sección anterior:

$$\phi = 0.65 + (\epsilon_s - 0.002) \left(\frac{250}{3} \right) \quad \text{2.24}$$

Área de acero mínima, A_{smin}

Resulta ser la misma, como la mencionada en la sección anterior:

$$A_{smin} = \text{MAX} \left(\frac{0.25 \sqrt{f'_c} b_w d}{f_y}, \frac{1.4 b_w d}{f_y} \right) \quad \text{[SI]} \quad \text{2.25a (ACI 10.5.1)}$$

$$A_{smin} = \text{MAX} \left(\frac{0.8 \sqrt{f'_c} b_w d}{f_y}, \frac{14 b_w d}{f_y} \right) \quad \text{[mks]} \quad \text{2.25b (ACI 10.5.1)}$$

| | | |
|----------------------------|---|--------------|
| Si $A_s/A_{smin} < 1.0$ | Se debe colocar el A_{smin} en sección | 2.26a |
| Si $A_s/A_{smin} \geq 1.0$ | El acero calculado es mayor al A_{smin} , y es correcto | 2.26b |

2.2.2.3. Cálculo de acero de refuerzo en losas macizas en una dirección

Área de acero, A_s

La Fig. 2.13 muestra el diagrama de deformaciones y esfuerzos de una sección de losa de ancho unitario, b_u .

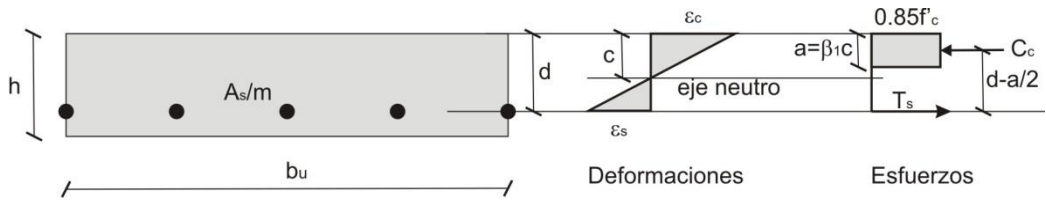


Fig. 2.13. Sección de losa de ancho unitario, b_u con los diagramas de esfuerzo y deformación.

Las Ecs. formuladas para vigas con acero a tensión son las mismas para ser aplicadas a losas. El diseño por ancho unitario, b_u es:

$$q = \frac{1 - \sqrt{1 - 2.36 \left(\frac{M_u}{\phi b_u d^2 f_c} \right)}}{1.18} \quad 2.42$$

$$A_s = \frac{q f_c b_u d}{f_y} \quad 2.43$$

La base, b debe sustituirse en el SI por 1000 mm o en el mks por 100 cm.

El factor de reducción, como primera aproximación puede proponerse como $\phi=0.9$.

Área de acero máxima, A_{smax}

El área de acero máxima, A_{smax} resulta ser la misma que aquella formulada para vigas con refuerzo a tensión:

$$0.625 < A_s/A_{sb} \leq 0.714 \quad \text{Falla dúctil, transición por flexión} \quad 2.16a$$

$$A_s/A_{sb} \leq 0.625 \quad \text{Falla dúctil, controlada a tensión} \quad 2.16b$$

$$\epsilon_s = \left(\frac{0.005}{A_s/A_{sb}} \right) - 0.003 \quad 2.17$$

$$0.004 \leq \epsilon_s < 0.005 \quad \text{Falla dúctil, transición por flexión} \quad 2.18a$$

$$\epsilon_s \geq 0.005 \quad \text{Falla dúctil, controlada a tensión} \quad 2.18b$$

$$a_b = 0.6 \beta_1 d \phi d_t \quad 2.20$$

$$A_{sb} = \frac{C_{Cb}}{f_y} = \frac{0.85 f_c a_b b_u}{f_y} \quad 2.44$$

Factor de reducción, ϕ

Es el mismo utilizado en vigas:

$$\phi = 0.65 + (\epsilon_s - 0.002) \left(\frac{250}{3} \right) \quad 2.24$$

Área de acero mínima, A_{smin}

En losas trabajando en una dirección. El área de acero mínima, A_{smin} especificada por el ACI es:

| | | |
|----------------------------|---|----------------------------|
| $A_{smin} = 0.0018b_u h$ | | 2.45 (ACI 7.12.2.1) |
| Si $A_s/A_{smin} < 1.0$ | Se debe colocar el A_{smin} en sección | 2.26a |
| Si $A_s/A_{smin} \geq 1.0$ | El acero calculado es mayor al A_{smin} , y es correcto | 2.26b |

2.2.2.4. Cálculo de acero de refuerzo en vigas T/L

A. Caso de momento positivo (compresión en zona superior)

Un momento a flexión de signo positivo en una sección en T o L genera compresión en la zona superior. Dadas las exigencias de compresión en la sección demandadas por esta flexión, ciertas veces sólo la porción o parte de ella del patín, f se basta, no necesita del alma de la sección. Se trata entonces de una viga con acción de patín, T_f/L_f . Si es el caso de que el momento demande compresiones del patín, f y alma, w entonces se trata de una viga con acción de patín y alma, T_f+w/L_f+w . La **Fig. 2.14** muestra estas dos condiciones.

Determinar porción de viga en compresión (T_f/L_f o T_f+w/L_f+w)

Se puede calcular el momento nominal generado por el patín, M_{nf} para determinar esta condición:

$$\phi M_{nf} = \phi(0.85f'_c)bh_f \left(\frac{d-h_f}{2} \right) \quad \mathbf{2.46}$$

Se puede suponer $\phi=0.9$ para una aproximación inicial del cálculo.

- Si $\phi M_{nf} \geq M_u$, la viga sólo utiliza la porción del patín, T_f/L_f . (Ver **Fig. 2.14a**).
- Si $\phi M_{nf} < M_u$, la viga utiliza tanto el patín como parte del alma, T_f+w/L_f+w . (Ver **Fig. 2.14b**).

Diseño como viga T_f/L_f

Área de acero, A_s

Dado que sólo el patín es la porción sujeta a los esfuerzos a compresión, la viga T se puede tratar como una sección rectangular de ancho b , pudiéndose utilizar las ecuaciones para secciones rectangulares anteriormente mostradas:

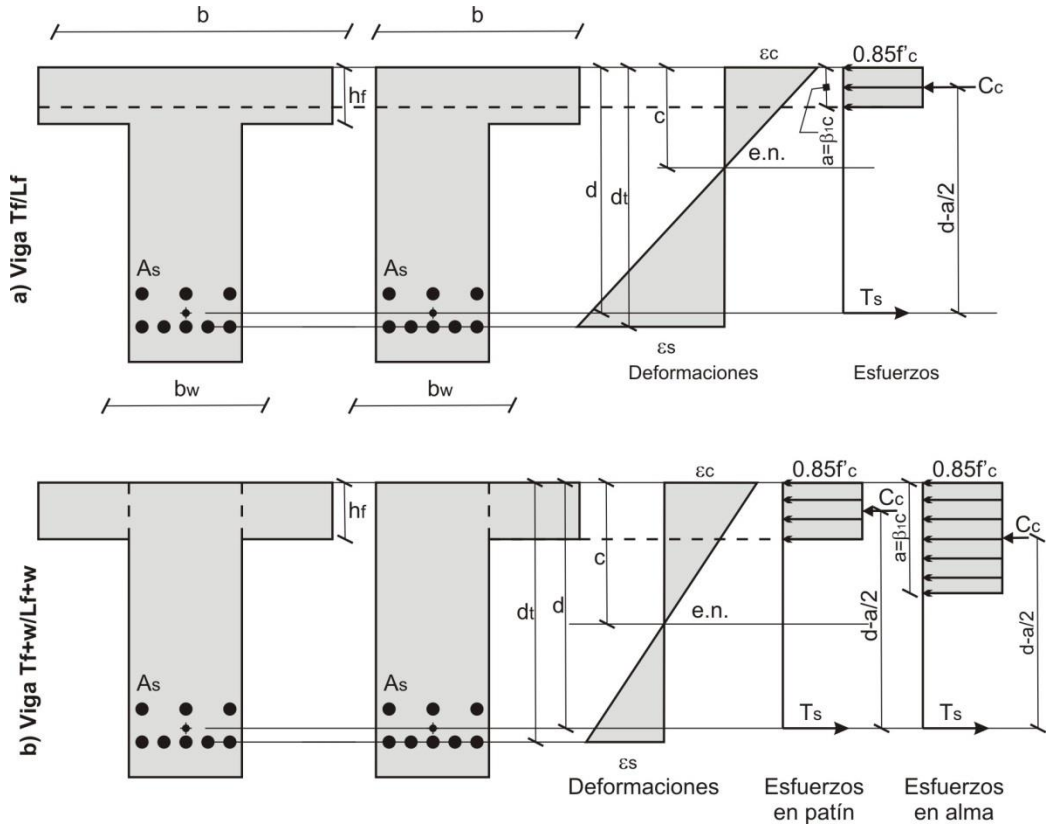


Fig. 2.14. a) Viga T/L con acción de patín, Tf/Lf. b) Viga T/L con acción de patín y alma, Tf+w/Lf+w.

$$q = \frac{1 - \sqrt{1 - 2.36 \left(\frac{M_u}{\phi b d^2 f_c} \right)}}{1.18} \quad 2.47$$

$$A_s = \frac{q f_c}{f_y} b d \quad 2.48$$

Área de acero máxima, A_{smax}

Su cálculo es el mismo como el visto en secciones rectangulares:

$$0.625 < A_s/A_{sb} \leq 0.714 \quad \text{Falla dúctil, transición por flexión} \quad 2.16a$$

$$A_s/A_{sb} \leq 0.625 \quad \text{Falla dúctil, controlada a tensión} \quad 2.16b$$

$$\epsilon_s = \left(\frac{0.005}{A_s/A_{sb}} \right) - 0.003 \quad 2.17$$

$$0.004 \leq \epsilon_s < 0.005 \quad \text{Falla dúctil, transición por flexión} \quad 2.18a$$

$$\epsilon_s \geq 0.005 \quad \text{Falla dúctil, controlada a tensión} \quad 2.18b$$

$$a_b = 0.6\beta_1 d \text{ ó } d_t \quad 2.20$$

$$A_{sb} = \frac{C_{Cb}}{f_y} = \frac{0.85f'_c a_b b}{f_y} \quad 2.49$$

Factor de reducción, ϕ

Es el mismo utilizado anteriormente:

$$\phi = 0.65 + (\epsilon_s - 0.002) \left(\frac{250}{3} \right) \quad 2.24$$

Área de acero mínima, A_{smin}

Para vigas de geometría T, con patín en compresión, el área de acero mínima toma el siguiente valor (ACI 10.5.1):

$$A_{smin} = \text{MAX} \left[\frac{0.25\sqrt{f'_c} b_w d}{f_y}, \frac{1.4b_w d}{f_y} \right] \quad [\text{SI}] \quad 2.25a \text{ (ACI 10.5.1)}$$

$$A_{smin} = \text{MAX} \left[\frac{0.8\sqrt{f'_c} b_w d}{f_y}, \frac{14b_w d}{f_y} \right] \quad [\text{mks}] \quad 2.25b \text{ (ACI 10.5.1)}$$

$$\text{Si } A_s/A_{smin} < 1.0 \quad \text{Se debe colocar el } A_{smin} \text{ en sección} \quad 2.26a$$

$$\text{Si } A_s/A_{smin} \geq 1.0 \quad \text{El acero calculado es mayor al } A_{smin}, \text{ y es correcto} \quad 2.26b$$

Diseño como Viga Tf+w/Lf+w

Área de acero, A_s

Patín, f :

De acuerdo a la Fig. 2.14b, por equilibrio de fuerzas $C_{cf}=T_{sf}$, el área de acero del patín,

A_{sf} es:

$$A_{sf} = \frac{0.85f'_c h_f (b - b_w)}{f_y} \quad 2.50$$

El brazo de palanca es $(d - h_f/2)$. Sumando momentos en el centroide del refuerzo a tensión, el momento nominal del patín, M_{nf} es:

$$M_{nf} = [(0.85f'_c h_f (b - b_w))(d - h_f/2)] \quad 2.51$$

Alma, w:

El área del refuerzo a tensión por parte del alma es, $A_{sw} = A_s - A_{sf}$ y la fuerza a compresión por parte del alma es, $C_{cw} = 0.85f'_c b_w a$.

Haciendo:

$C_{cw} = T_{sw}$ y suponiendo que $f_s = f_y$ resulta:

$$0.85f'_c b_w a = A_{sw} f_y.$$

Por otro lado:

$$\phi(M_{nf} + M_{nw}) = M_u$$

$$M_{nw} = (M_u / \phi) - M_{nf} \quad 2.52$$

Para determinar A_{sw} :

$$q_w = \frac{1 - \sqrt{1 - 2.36 \left(\frac{M_{nw}}{b_w d^2 f'_c} \right)}}{1.18} \quad 2.53$$

$$A_{sw} = \frac{q_w f'_c b_w d}{f_y} \quad 2.54$$

El área de acero total para la sección en T es la suma del calculado en viga f + viga w .

Para el área de acero en la sección:

$$A_s = A_{sf} + A_{sw} \quad 2.55$$

Área de acero máxima, A_{smax}

El área de acero máxima permanece en las mismas disposiciones como las señaladas en otras secciones, excepto en la determinación de A_{sb} y C_{cb} .

| | | |
|--|--------------------------------------|--------------|
| $0.625 < A_s/A_{sb} \leq 0.714$ | Falla dúctil, transición por flexión | 2.16a |
| $A_s/A_{sb} \leq 0.625$ | Falla dúctil, controlada a tensión | 2.16b |
| $\epsilon_s = \left(\frac{0.005}{A_s/A_{sb}} \right) - 0.003$ | | 2.17 |
| $0.004 \leq \epsilon_s < 0.0$ | Falla dúctil, transición por flexión | 2.18a |
| $\epsilon_s \geq 0.005$ | Falla dúctil, controlada a tensión | 2.18b |
| $a_b = 0.6\beta_1 d \phi_t$ | | 2.20 |
| $A_{sb} = \frac{C_{Cb}}{f_y} = \frac{0.85f'_c [bh_f + b_w(a_b - h_f)]}{f_y}$ | | 2.56 |

Factor de reducción, ϕ

Es el mismo utilizado anteriormente.

$$\phi = 0.65 + (\epsilon_s - 0.002) \left(\frac{250}{3} \right) \quad \mathbf{2.24}$$

Área de acero mínima, A_{smin}

Al igual para el caso anteriormente comentado, para vigas de geometría T, con patín en compresión, el área de acero mínima toma el siguiente valor:

| | | |
|--|---|---------------------------|
| $A_{smin} = \text{MAX} \left[\frac{0.25\sqrt{f'_c} b_w d}{f_y}, \frac{1.4b_w d}{f_y} \right]$ | [SI] | 2.25a (ACI 10.5.1) |
| $A_{smin} = \text{MAX} \left[\frac{0.8\sqrt{f'_c} b_w d}{f_y}, \frac{14b_w d}{f_y} \right]$ | [mks] | 2.25b (ACI 10.5.1) |
| Si $A_s/A_{smin} < 1.0$ | Se debe colocar el A_{smin} en sección | 2.26a |
| Si $A_s/A_{smin} \geq 1.0$ | El acero calculado es mayor al A_{smin} , y es correcto | 2.26b |

B. Caso de momento negativo (tensión en zona superior)

Una sección en T bajo momento negativo sufrirá tensiones en la parte superior por lo que el patín y parte del alma estarían sujetos a esta acción. La viga T se ha de diseñar como viga rectangular cuyo bloque de compresiones se encuentra en la parte baja del alma. Así, se pueden utilizar algunas formulaciones como las anteriormente comentadas.

Área de acero, A_s

$$q = \frac{1 - \sqrt{1 - 2.36 \left(\frac{M_u}{\phi b_w d^2 f'_c} \right)}}{1.18} \quad 2.14$$

$$A_s = \frac{q f'_c b_w d}{f_y} \quad 2.15$$

El factor de reducción, como primera aproximación puede proponerse como $\phi=0.9$.

Área de acero máxima, A_{smax}

| | | |
|--|--------------------------------------|--------------|
| $0.625 < A_s/A_{sb} \leq 0.714$ | Falla dúctil, transición por flexión | 2.16a |
| $A_s/A_{sb} \leq 0.625$ | Falla dúctil, controlada a tensión | 2.16b |
| $\epsilon_s = \left(\frac{0.005}{A_s/A_{sb}} \right) - 0.003$ | | 2.17 |
| $0.004 \leq \epsilon_s < 0.005$ | Falla dúctil, transición por flexión | 2.18a |
| $\epsilon_s \geq 0.005$ | Falla dúctil, controlada a tensión | 2.18b |
| $c_b = \frac{0.003 d \phi d_t}{0.005} = 0.60 d \phi d_t$ | | 2.19 |
| $a_b = \beta_1 c_b = 0.6 \beta_1 d \phi d_t$ | | 2.20 |
| $C_{cb} = 0.85 f'_c a_b b_w$ | | 2.21 |
| $T_{sb} = A_{sb} f_y$ | | 2.22 |
| $A_{sb} = \frac{C_{Cb}}{f_y} = \frac{0.85 f'_c a_b b_w}{f_y}$ | | 2.23 |

Factor de reducción, ϕ

$$\phi = 0.65 + (\epsilon_t - 0.002) \left(\frac{250}{3} \right) \quad 2.24 \text{ (ACI 9.3.2)}$$

Área de acero mínima, A_{smin}

Para vigas de geometría T/L con patín en tensión en regiones de momento negativo en vigas continuas, el área de acero mínima toma el siguiente valor (**ACI 10.5.1**):

$$A_{smin} = \text{MAX} \left[\frac{0.25 \sqrt{f'_c} b_w d}{f_y}, \frac{1.4 b_w d}{f_y} \right] \quad [\text{SI}] \quad \mathbf{2.25a (ACI 10.5.1)}$$

$$A_{smin} = \text{MAX} \left[\frac{0.8 \sqrt{f'_c} b_w d}{f_y}, \frac{14 b_w d}{f_y} \right] \quad [\text{mks}] \quad \mathbf{2.25b (ACI 10.5.1)}$$

Para vigas estáticamente determinadas (i.e. voladizo, etc.) con el patín en tensión.

$$A_{smin} = \text{MAX} \left[\frac{0.25 \sqrt{f'_c} \text{MIN}(2b_w, b)d}{f_y}, \frac{1.4 \text{MIN}(2b_w, b)d}{f_y} \right] \quad [\text{SI}] \quad \mathbf{2.57a (ACI 10.5.2)}$$

$$A_{smin} = \text{MAX} \left[\frac{0.8 \sqrt{f'_c} \text{MIN}(2b_w, b)d}{f_y}, \frac{14 \text{MIN}(2b_w, b)d}{f_y} \right] \quad [\text{mks}] \quad \mathbf{2.57b (ACI 10.5.2)}$$

Cuando el ala de la sección está en tensión, en el caso de voladizos u otros elementos estáticamente determinados, se requiere de una mayor cantidad de refuerzo donde no existe la posibilidad de redistribuir momentos.

| | | |
|----------------------------|---|--------------|
| Si $A_s/A_{smin} < 1.0$ | Se debe colocar el A_{smin} en sección | 2.26a |
| Si $A_s/A_{smin} \geq 1.0$ | El acero calculado es mayor al A_{smin} , y es correcto | 2.26b |

2.2.3. Refuerzo complementario

El refuerzo complementario es aquel ajeno al refuerzo principal, pero su empleo es igual de importante. Este refuerzo se divide en varias necesidades, dadas ciertas geometrías de sección y tamaños de las mismas. El ACI especifica los siguientes tipos de refuerzo complementario aplicado a los siguientes tipos de vigas:

Refuerzo superficial longitudinal

Aplicado para vigas de peraltes mayores de 900 mm. Se deberá colocar refuerzo

superficial longitudinal distribuido uniformemente en ambas caras laterales del elemento dentro de una distancia de $h/2$ cercana a la cara de tensión (Fig. 2.15, ACI 10.6.7). No se especifica un área de acero, sino más bien la colocación de varillas ya sean de 9.5 a 16 mm (3/8" a 5/8"), cuya separación, s se menciona más adelante.

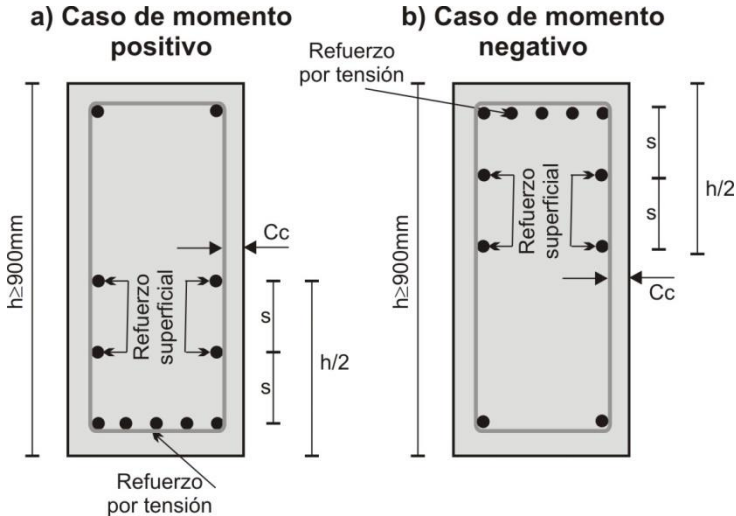


Fig. 2.15. Refuerzo superficial para vigas con $h \geq 900$ mm.

No se debiera confundir, que una viga que ya posea un peralte considerable como mayor que 900 mm, sea considerada de gran peralte. Para ser de tal condición deberá de cumplirse lo dispuesto en la **Tabla 1.6**. Está claro que para la sección de la **Fig. 2.15** se trataría de una viga de un claro importante sin ser viga de gran peralte.

Refuerzo transversal por armado y/o temperatura

Aplicado transversalmente al armado o refuerzo principal en losas macizas en una dirección. Cuando se usan varillas corrugadas (de f_y de 420 N/mm^2 o 4200 kgf/cm^2) o refuerzo electrosoldado de alambre, el área de acero por armado y temperatura en un ancho unitario transversal, $A_{sa/t}/b_{ut}$ es el mismo especificado al A_{smin} para losas, así:

$$A_{sa/t}/b_{ut} = 0.0018b_{ut}h \quad \mathbf{2.58 \text{ (ACI 7.12.2.1)}}$$

Donde b_{ut} es el ancho unitario transversal al armado principal, que puede sustituirse en el SI por 1000 mm o por el mks en 100 cm.

Refuerzo transversal

Aplicado a vigas T o L. Es el refuerzo perpendicular al refuerzo por tensión en el alma colocado a lo largo de los patines. Se debe calcular para resistir la carga última que actúa sobre el patín suponiendo que éste trabaja en voladizo. En vigas aisladas se debe considerar el ancho total del patín (**ACI 8.12.5.1**). En vigas no aisladas, se debe considerar el ancho efectivo sobresaliente del patín.

2.2.4. Selección y espaciamiento del acero

Número y diámetro de varillas

De acuerdo al área calculada, se debe seleccionar el número y diámetro de varillas.

Vigas:

Para vigas el número de varillas, N_b , se puede calcular de la siguiente forma, seleccionando un determinado diámetro de varilla, d_b :

$$N_b = A_s / a_s$$

2.59

Donde a_s es el área de la varilla seleccionada.

Losas:

Por lo general, en losas sólidas no se determina directamente el N_b sobre el ancho unitario, b_u , sino se calcula la separación de cierto diámetro de varilla en ese b_u , como se mencionará más adelante.

Cálculo del espaciamiento entre varillas

La separación libre horizontal entre varillas, sl_b y vertical, sl_{bv} (ésta última si existen dos o más capas de refuerzo) (Fig. 2.16) es el espacio libre entre varillas contenidas en una viga o losa. Tal espacio permite un suficiente alojamiento de concreto en todos los puntos de cada varilla para transferir los esfuerzos adecuadamente.

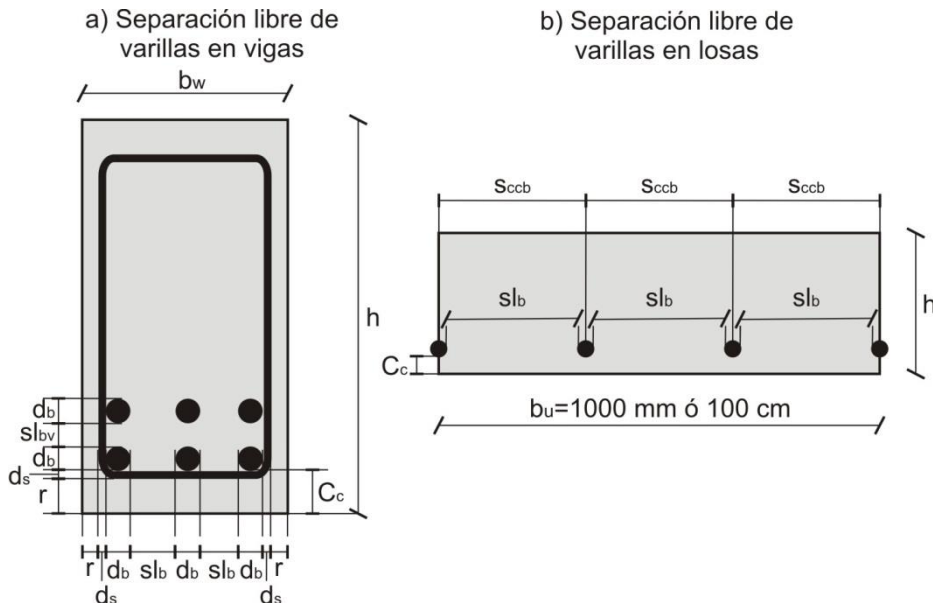


Fig. 2.16. Esquema de distancias para calcular las separaciones adecuadas entre refuerzo en vigas y losas.

Vigas:

El cálculo de la s_l horizontal de varillas en vigas es:

$$s_l = \left(\frac{b_w - 2r - 2d_s - db(N_b)}{N_b - 1} \right) \quad \mathbf{2.60}$$

Para este cálculo se precisa como r al recubrimiento, d_b al diámetro de las varillas, d_s , el diámetro de estribos y N_b , como el número de varillas. Si el número de ramas de los estribos es diferente de dos, se habrá de recalcular la **Ec. 2.60** para ese número de ramas dado.

Para vigas con $h \geq 0.9$ m, la separación, s centro a centro (refiérase a la **Fig. 2.15**) entre las varillas puede tomarse la siguiente ecuación:

$$s = \text{MIN} \left(\frac{106400}{0.67f_y} - 2.5C_c, \frac{84000}{0.67f_y} \right) \quad \mathbf{2.61 (ACI 10.6.4)}$$

Donde $0.67f_y$ es el esfuerzo del acero a nivel de servicio, f_s . C_c , se refiere como la distancia entre el paño de la varilla y la superficie en tensión ($r+d_s$).

Para vigas T/L con patín en tensión, el refuerzo debe distribuirse sobre un ancho efectivo del patín, b o un ancho igual a $1/10$ del claro, L , el que sea menor, o sea:

$$s_{lf} = \frac{\text{MIN}(b, 0.1L) - N_b(d_b)}{(N_b - 1)} \quad \mathbf{2.62(ACI 10.6.6)}$$

La separación libre de varillas mínima, s_{lbmin} para vigas es:

$$s_{lbmin} = \text{MAX}(d_b, 25\text{mm}) \quad \mathbf{2.63 (ACI 7.6.1)}$$

Para refuerzo en dos o más capas, la separación libre vertical mínima, s_{lbvmin} es:

$$s_{lbvmin} = 25\text{mm} \quad \mathbf{2.64 (ACI 7.6.2)}$$

La separación libre máxima en la capa de acero más cercano a la superficie en tensión, s_{lbmax} en vigas es:

$$s_{lbmax} = \text{MIN} \left(\frac{106400}{0.67f_y} - 2.5C_c, \frac{84000}{0.67f_y} \right) \quad \mathbf{2.65(ACI 10.6.4)}$$

Losas:

En losas, para el cálculo de la separación de varillas, lo acostumbrado es calcular su separación centro a centro, s_{ccb} en una longitud de 1000 mm o 100 cm. Así:

$$s_{ccb} = \frac{1000a_s}{A_s} \quad [SI] \quad \mathbf{2.66a}$$

$$s_{ccb} = \frac{100a_s}{A_s} \quad [mks] \quad \mathbf{2.66b}$$

Donde a_s es el área individual de cada varilla y el resultado será en cm o mm.

En casos que se necesite la separación libre entre varillas por metro de ancho es:

$$s_l_b = s_{ccb} - d_b \quad \mathbf{2.67}$$

La separación libre mínima, $s_{l_{bmin}}$ para losas es:

$$s_{l_{bmin}} = \text{MAX}(d_b, 25\text{mm}) \quad \mathbf{2.63 (ACI 7.6.1)}$$

La separación libre máxima, $s_{l_{bmax}}$ para losas está dada en dos ecuaciones, una de estas se especifica claramente para la tensión por flexión, entonces se escogerá el valor menor de:

$$s_{l_{bmax}} = \text{MIN}(3h_{losa}, 450\text{mm}) \quad \mathbf{2.68 (ACI 7.6.5)}$$

$$s_{l_{bmax}} = \text{MIN}\left(\frac{106400}{0.67f_y} - 2.5C_c, \frac{84000}{0.67f_y}\right) \quad \mathbf{2.65 (ACI 10.6.4)}$$

La separación libre máxima, $s_{l_{bmax}}$ del refuerzo de armado y/o temperatura es:

$$s_{l_{bmax}} = \text{MIN}(5h_{losa}, 450\text{mm}) \quad \mathbf{2.69 (ACI 7.12.2.2)}$$

2.3. Ejemplos**2.3.1. Diseño a flexión de una viga de sección rectangular con acero a tensión únicamente**

Diseñar por flexión una sección rectangular de una viga de 8.0 m con un extremo continuo que soporta una carga factorizada, w_u de 20 kN/m, que incluye el peso propio de la viga (ver **Fig. 2.17**).

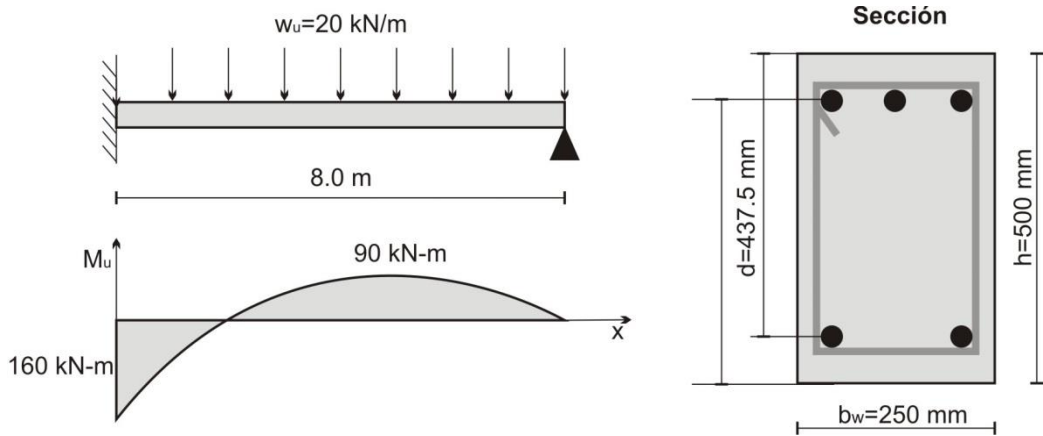


Fig. 2.17. Esquema de problema 2.3.1.

La estructura no estará expuesta a la acción del clima ni al suelo. Considere $f'_c = 20 \text{ N/mm}^2$ y acero con un límite de fluencia $f_y = 420 \text{ N/mm}^2$. El refuerzo se ha de colocar en una sola capa. Utilice para cálculos preliminares un diámetro de varilla, d_b de 25 mm (1") y un diámetro de estribo, d_s de 9.5 mm (3/8").

Solución

| | |
|---|--|
| <i>Dimensionamiento de la sección</i> | |
| $r=40 \text{ mm}$ $h=8000/18.5=432.4 \text{ mm} \rightarrow 500 \text{ mm}$ | |
| El recubrimiento, r , se calculó de acuerdo a la Tabla 2.2 . El peralte mínimo, h_{min} se estima para el control de flechas, tomado de la Tabla 2.3 por lo que el peralte total h se ha redondeado a 500 mm. | |
| $d= 500-(40+9.5+0.5 \times 25)=437.5 \text{ mm}$ | |
| Se utilizó la Ec. 2.6a , a una sola capa y suponiendo varilla de 25 mm. | |
| $b_w=0.5(500 \text{ mm})=250 \text{ mm}$ | |
| Se usó la Ec. 2.8 . Se escogió una relación $b/h=0.5$. En la Fig. 2.17 se muestran las dimensiones de la sección. | |
| <i>Cálculo del acero de refuerzo (momento negativo)</i> | <i>Cálculo del acero de refuerzo (momento positivo)</i> |
| $M_u(-) = w_u L^2 / 8 = 20(8)^2 / 8 = 160 \text{ kN-m}$ | $M_u(+) = 9w_u L^2 / 128 = 9(20)(8)^2 / 128 = 90 \text{ kN-m}$ |
| El resultado es de acuerdo a condición de viga con un extremo continuo. | |

| | |
|--|--|
| $q = \frac{1 - \sqrt{1 - 2.36 \left(\frac{1.6E08}{0.9(250)(437.5)^2(20)} \right)}}{1.18}$ $q = 0.212$ | $q = \frac{1 - \sqrt{1 - 2.36 \left(\frac{9E07}{0.9(250)(437.5)^2(20)} \right)}}{1.18}$ $q = 0.11$ |
| Se calculó con la Ec. 2.14. | |
| $A_s = \frac{0.212(20)(250)(437.5)}{420}$ $A_s = 1104 \text{ mm}^2$ | $A_s = \frac{0.11(20)(250)(437.5)}{420}$ $A_s = 573 \text{ mm}^2$ |
| Se calculó con la Ec. 2.15. | |
| $a_b = 0.6(0.85)(437.5) = 223 \text{ mm}$ | |
| Con la Ec. 2.20 se calculó a_b y con $\beta_1=0.85$ tomado de la Ec. 2.3a. | |
| $A_{sb} = \frac{0.85(20)(223)(250)}{420} = 2256 \text{ mm}^2$ | |
| Calculada con la Ec. 2.23. | |
| $A_s/A_{sb} = 1104/2256 = 0.49$ Es una falla dúctil controlada a tensión. | $A_s/A_{sb} = 573/2256 = 0.25$ Es una falla dúctil controlada a tensión. |
| El resultado recae en la Ec. 2.16b : falla dúctil controlada a tensión. | |
| $\epsilon_s = \left(\frac{0.005}{0.49} \right) - 0.003 = 0.007$ Es una falla dúctil controlada a tensión. | $\epsilon_s = \left(\frac{0.005}{0.25} \right) - 0.003 = 0.017$ Es una falla dúctil controlada a tensión. |
| Como alternativa se calculó ϵ_s con la Ec. 2.17 que confirma el mismo tipo de falla, según la Ec. 2.18b. | |
| $\phi = 0.65 + (0.007 - 0.002) \left(\frac{250}{3} \right)$ $\phi = 1.06$ | $\phi = 0.65 + (0.017 - 0.002) \left(\frac{250}{3} \right)$ $\phi = 1.9$ |
| Se calculó con la Ec. 2.24. El valor de 1.06 y 1.9 muestra un descontrol del límite en 0.9, que es el valor máximo, por lo que se interpreta como 0.9 y no se necesita una reiteración en el cálculo, porque se ha supuesto inicialmente igual a 0.9. | |
| $A_{smin} = \text{MAX} \left(\frac{0.25\sqrt{20}(250)(437.5)}{420}, \frac{1.4(250)(437.5)}{420} \right) = 365 \text{ mm}^2$ | |
| Se calculó mediante la Ec. 2.25a. | |
| $A_s/A_{smin} = 1104/365 = 3.02; 3.02 > 1.0. \text{ Adecuada.}$ | $A_s/A_{smin} = 573/365 = 1.6; 1.6 > 1.0. \text{ Adecuada.}$ |
| Esta relación se cumple con la Ec. 2.26b. A_s resulta mayor a A_{smin} , por lo que es adecuada. | |

| <i>Refuerzo complementario</i> | |
|--|---|
| De acuerdo al peralte de la viga, que es menor a 900 mm no se necesita refuerzo superficial. | |
| <i>Selección y espaciamiento del acero</i> | |
| $N_b=1104/507=2.18 \rightarrow 3 \text{ V de } 25.4 \text{ mm.}$ | $N_b=573/285=2.01 \rightarrow 2 \text{ V de } 19 \text{ mm.}$ |
| Con la Ec. 2.59 . Se han escogido varilla de 25.4 mm. ($a_s=507 \text{ mm}^2$) | Con la Ec. 2.59 . Se han escogido varillas de 19 mm ($a_s=285 \text{ mm}^2$) |
| $s_{lb} = \left(\frac{250 - 2(40) - 2(9.5) - 25.4(3)}{3 - 1} \right)$ $s_{lb} = 37 \text{ mm}$ | $s_{lb} = \left(\frac{250 - 2(40) - 2(9.5) - 19(2)}{2 - 1} \right)$ $s_{lb} = 113 \text{ mm}$ |
| Se han calculado con la Ec. 2.60 . | |
| $s_{lbmin} = \text{MAX}(22, 25 \text{ mm}) = 25 \text{ mm} \rightarrow$ menor a 37 y 113 mm | |
| Se ha calculado con la Ec. 2.63 . Ambas separaciones son mayores a la mínima. Es adecuado. | |
| $C_c=r+d_s=40+9.5=50 \text{ mm}$ $f_s=0.67(420)=281 \text{ N/mm}^2$ $s_{lbmax} = \text{MIN} \left(\left(\frac{1.064E05}{281} \right) - 2.5(50), \left(\frac{8.4E04}{281} \right) \right) = 253 \text{ mm} > s_{lb}$ | |
| Disponer de 3 V de 25 mm @ 37 mm libres en lecho superior y 2 V de 19 mm @ 113 mm libres en lecho inferior. | |
| Se ha calculado con la Ec. 2.65 . Ambos valores son menores a s_{lbmax} , por lo que es adecuado. | |

El croquis final se encuentra en la **Fig. 2.18**. Falta de conocer algunos puntos importantes en el diseño de los estribos y cortes de varillas longitudinales, que se verán en los **Capítulos 3 y 5** respectivamente.

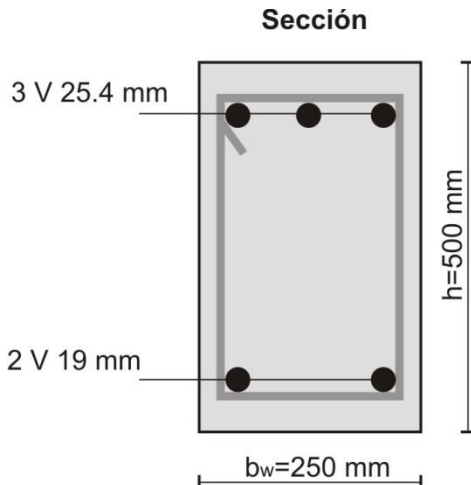


Fig. 2.18. Croquis final del arreglo de varillas en la sección.

2.3.2. Diseño a flexión de una viga de sección rectangular con acero a tensión-compresión

Diseñar por flexión una sección rectangular de una viga de 7.0 m simplemente apoyada que soporta una carga factorizada, w_u de 4 ton/m, que incluye el peso propio de la viga (ver **Fig. 2.19**). La estructura estará expuesta a la acción del clima solamente. Considere $f'_c = 250 \text{ kgf/cm}^2$ y acero con un límite de fluencia $f_y = 4200 \text{ kgf/cm}^2$. El refuerzo se ha de colocar en una sola capa. Utilice para cálculos preliminares un diámetro de varilla, d_b de 2.5 cm (1") y un diámetro de estribo, d_s de 0.95 cm (3/8").

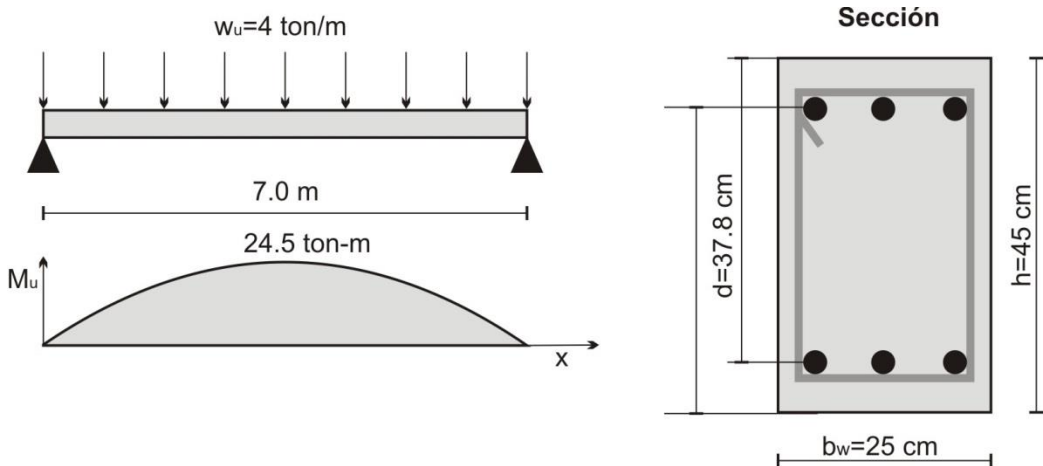


Fig. 2.19. Esquema del problema 2.3.2.

Solución

| <i>Dimensionamiento de la sección</i> | |
|--|--|
| $r=5 \text{ cm}$ | Calculado según la Tabla 2.2 bajo las condiciones de exposición dadas. |
| $h_{\min}=700/16=43.75 \text{ cm} \rightarrow 45 \text{ cm}$ | De la Tabla 2.3 , para una viga simplemente apoyada. Se ha redondeado a 45 cm. |
| $d= 45-(5+0.95+0.5 \times 2.5)=37.75 \text{ cm} \rightarrow 37.8 \text{ cm}$ | Con la Ec. 2.6a . A una sola capa y suponiendo varilla de 2.5 cm (1"). |
| $d'= 5+0.95+0.5 \times 2.5=7.3 \text{ cm}$ | Con la Ec. 2.6d . A una sola capa y suponiendo varilla de 2.5 cm (1"). |
| $b_w=0.5(45)=22.5 \text{ cm} \rightarrow 25 \text{ cm}$ | Se calcula con la Ec. 2.8 , donde se escogió $b=0.5h$. En el Fig. 2.19 se muestran las dimensiones de la sección. |

| <i>Cálculo del acero de refuerzo</i> | |
|--|---|
| $M_u = w_u L^2 / 8 = 4(7)^2 / 8 = 24.5 \text{ ton-m}$ $M_u / \phi = 24.5 / 0.9 = 27.2 \text{ ton-m}$ | El cálculo de momento máximo para la viga mostrada en la Fig. 2.19 , se calcula mediante las ecuaciones dadas en un manual de fórmulas de vigas. |
| <i>Determinar si es necesaria la viga con acero a tensión-compresión</i> | |
| $\beta_1 = 0.85$ $a_b = 0.6(0.85)(37.8) = 19.3 \text{ cm}$ $A_{sb} = \frac{0.85(250)(19.3)(25)}{4200} = 24.4 \text{ cm}^2$ $A_{cs} = 0.625(24.4) = 15.3 \text{ cm}^2$ $a = \frac{15.3(4200)}{0.85(250)(25)} = 12.1 \text{ cm}$ $\phi M_{ncs} = 0.9[15.3(4200)(37.8 - 0.5 \times 12.1)]$ $= 1.84E06 \text{ kgf-cm} = 18.4 \text{ ton-m}$ $M_u > \phi M_{ncs}$. Se necesita acero a compresión. La viga se diseña en tensión-compresión. | β_1 se calcula con la Ec. 2.3a . a_b se calcula con la Ec. 2.20 . A_{sb} se calcula con la Ec. 2.23 . A_{cs} se calcula con la Ec. 2.27 . a se calcula con la Ec. 2.28 . ϕM_{ncs} se calcula con la Ec. 2.29 . Hasta aquí se ha calculado la cantidad de acero máxima que se puede colocar a esta sección actuando sólo acero en tensión. Antes de utilizar acero a compresión, nótese que otra alternativa sería el incrementar la resistencia del bloque de compresiones incrementando f_c . |
| $M_{ncs} = 18.4 / 0.9 = 20.44 \text{ ton-m}$ $M_{nss} = (24.5 / 0.9) - 20.44 = 6.8 \text{ ton-m}$ | M_{ncs} se calcula con la Ec. 2.30 . El momento que debe resistir el par acero-acero está tomado de la Ec. 2.31 . |
| $C'_s = \frac{6.8E05}{(37.8 - 7.3)} = 22295 \text{ kgf} = 22.29 \text{ ton}$ | Tomado de la Ec. 2.32 . |
| $c = \frac{12.1}{0.85} = 14.23 \text{ cm}$ | Se utilizó la Ec. 2.33 . |
| $\epsilon'_s = \frac{0.003(14.23 - 7.3)}{14.23} = 0.00146 < 0.002$ El acero a compresión no llega a la fluencia. | Se utilizó la Ec. 2.34 . |
| $f'_s = 0.00146(2.1E06) = 3066 \text{ kgf/cm}^2$ | Se usó la Ec. 2.35 . Como el acero a compresión no fluye se tiene que calcular su esfuerzo que será menor que 4200 kgf/cm^2 . |
| $A'_s = \frac{22295}{3066} = 7.3 \text{ cm}^2$ | Calculada con la Ec. 2.36 . |
| $A_{ss} = \frac{3066(7.3)}{4200} = 5.3 \text{ cm}^2$ | Calculada con la Ec. 2.37 . |

| | |
|---|---|
| $A_s = 15.3 + 5.3 = 20.6 \text{ cm}^2$ | Calculada con la Ec. 2.38 . |
| $C_{cb} = 0.85(250)(25)(19.3)$ $= 102531 \text{ kgf} = 102.5 \text{ ton}$ | Calculado con la Ec. 2.21 . Nótese que a_b viene siendo el mismo valor ya calculado anteriormente. |
| $c_b = 0.60(37.8) = 22.7 \text{ cm}$ | De la Ec. 2.19 . |
| $\epsilon'_{sb} = \frac{0.003(22.7 - 7.3)}{22.7} = 0.00203$ | De Ec. 2.40 . Nótese que la deformación puede tomar cualquier valor, no se debe confundir por que corresponda al valor balanceado. |
| $C'_{sb} = 2.1E06(0.00203)(7.3)$ $= 32400 \text{ kgf} = 32.4 \text{ ton}$ | De Ec. 2.41 . |
| $A_{sb} = \frac{(101628 + 32400)}{4200} = 31.12 \text{ cm}^2$ | De Ec. 2.39 . |
| $A_s/A_{sb} = 20.6/31.12 = 0.66 \rightarrow$ Falla dúctil controlada a tensión. | Cumple con la Ec. 2.16a . |
| $\epsilon_s = \left(\frac{0.005}{0.66} \right) - 0.003 = 0.0046$ Falla dúctil controlada a tensión. | Se calcula con la Ec. 2.17 . Es otra forma de calcular el tipo de falla en el acero en tensión. Se confirma controlada a tensión por la Ec. 2.18b . |
| $\phi = 0.65 + (0.0048 - 0.002) \left(\frac{250}{3} \right) = 0.88$ | Calculado con la Ec. 2.24 . El valor de 0.88 es ligeramente menor a 0.9; Aun así, se pudiese iterar el cálculo. Para este ejemplo se considerará suficiente. |
| $A_{smin} = \text{MAX} \left(\frac{0.8 \sqrt{250}(25)(37.8)}{4200}, \frac{14(25)(37.8)}{4200} \right) = 3.15 \text{ cm}^2$ | Calculada con Ec. 2.25b . |
| $A_s/A_{smin} = 20.6/3.15 = 6.5; 6.5 > 1.0$. A_s correcta. | De acuerdo a la Ec. 2.26b que indica que el área de acero está por encima de la mínima y es correcta. |
| Refuerzo complementario | |
| Refuerzo superficial | De acuerdo al peralte de la viga, que es menor a 900 mm no se necesita refuerzo superficial. |
| Selección y espaciamiento del acero | |
| Lecho superior (varillas a compresión): $N_b = 7.3 / 2.68 \rightarrow 3 \text{ V } 1.9 \text{ cm}$ | Se utilizó la Ec. 2.59 . En las varillas a compresión, se ha escogido varilla de 1.9 cm ($\frac{3}{4}$ ") ($a_s = 2.83 \text{ cm}^2$) |

| | |
|--|---|
| <p>Lecho inferior (varillas a tensión): $N_b = 20.6 / 5.07 = 4.06 \rightarrow 4 \text{ V } 2.54 \text{ cm}$ en dos filas</p> | <p>Se usó la Ec. 2.59. Se ha escogido varilla de 2.54 cm (1") ($a_s = 5.07 \text{ cm}^2$). Se ha previsto que las varillas se dispondrán en dos filas.</p> |
| <p>Lecho superior (varillas a compresión): $s_{l_b} = \left(\frac{25 - 2(5) - 2(0.95) - 1.9(3)}{3 - 1} \right) = 3.65 \text{ cm}$</p> | <p>Calculada con la Ec. 2.60.</p> |
| <p>Lecho inferior (varillas a tensión): $s_{l_b} = \left(\frac{25 - 2(5) - 2(0.95) - 2.5(2)}{2 - 1} \right) = 8.1 \text{ cm}$</p> | <p>Calculada con la Ec. 2.60. Recordar que serán dos filas de estas varillas. Con el cambio de dos filas, los peraltes d y d_t se ve alterados, sin embargo, sería despreciable en este ejemplo.</p> |
| <p>$s_{l_{bmin}} = \text{MAX}(1.9, 2.5 \text{ cm}) = 2.5 \text{ cm} < s_{l_b}$ $s_{l_{bmin}} = \text{MAX}(3.5, 2.5 \text{ mm}) = 3.5 \text{ cm} < s_{l_b}$</p> | <p>Ambas clases de varillas fueron calculadas con la Ec. 2.63. En ambos casos la separación de las varillas es superior al mínimo, por lo que la separación es adecuada.</p> |
| <p>$C_c = 5 + 0.95 = 6 \text{ cm}$ $f_s = 0.67(4200) = 2810 \text{ kgf/cm}^2$ $s_{l_{bmax}} = \text{MIN} \left(\left(\frac{1.064E05}{2810} \right) - 2.5(6), \left(\frac{8.4E04}{2810} \right) \right) = 22.7 \text{ cm} > s_{l_b}$ Disponer de 3 V de 1.9 cm @ 3.65 cm libres en lecho superior y de 4 V de 2.5 cm @ 8.1 cm libres en lecho inferior.</p> | <p>Calculada con la Ec. 2.65. La $s_{l_{bmax}}$ es mayor que s_{l_b}, por lo que el espaciamiento es adecuado.</p> |

El croquis final se encuentra en la **Fig. 2.20**. Conviene ver algunos puntos importantes en el diseño de los estribos y cortes de varillas longitudinales, que se verán en los **Capítulos 3 y 5** respectivamente.

Sección

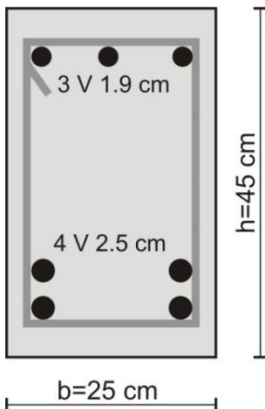


Fig. 2.20. Croquis final de la sección.

2.3.3. Diseño a flexión de una losa sólida en una dirección

Diseñar por flexión un tablero de losa simplemente apoyada de 2.0 m de ancho × 6.0 m de largo y 100 mm de espesor (**Fig. 2.21**) con un $f'_c=20 \text{ N/mm}^2$ y $f_y=420 \text{ N/mm}^2$. Considérese una carga última por superficie, $q_u=4.8 \text{ kN/m}^2$. Tome un recubrimiento de 40 mm.

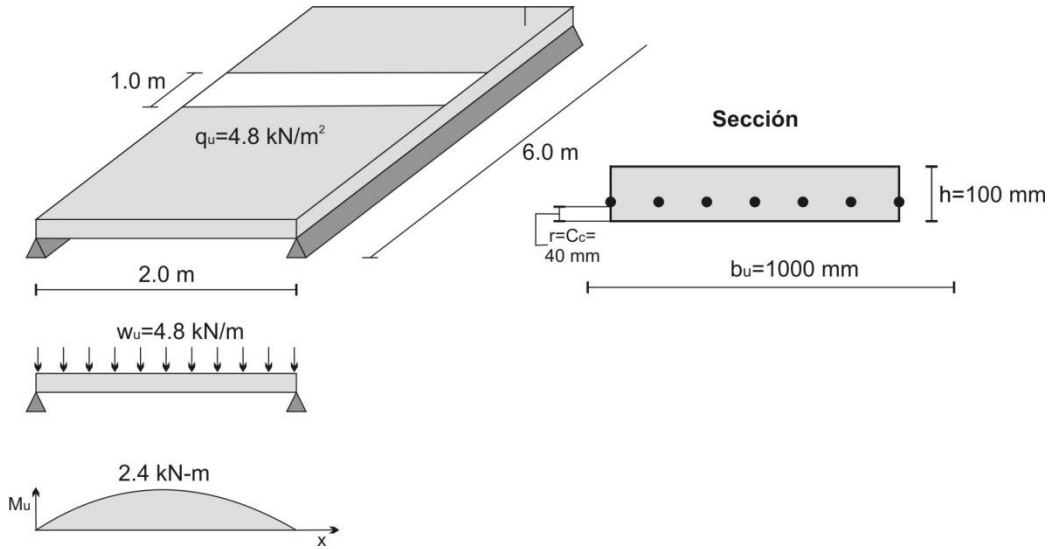


Fig. 2.21. Esquema del problema 2.3.3.

Solución

| <i>Dimensionamiento de la sección</i> | |
|---|---|
| Claro largo/claro corto = $6/2 = 3 < 2$. Es una losa en una dirección. | La relación de claros del tablero hace trabajar la losa en una dirección. Se diseñará una franja de losa de $b_u=1000 \text{ mm}$ de ancho × 2.0 m de largo |
| $d=100-40-0.5(9.5)=55 \text{ mm}$ | Se ha calculado con la Ec. 2.6a . Se ha supuesto varilla de 9.5 mm. |
| <i>Cálculo del acero de refuerzo</i> | |
| $w_u=4.8 \text{ kN/m}^2(1.0\text{m})=4.8\text{kN/m}$ $M_u^+=w_u l^2/8 = 4.8(2)^2/8=2.4 \text{ kN-m}$ | M_u se ha calculado según el tipo de apoyo: simplemente apoyada (Ver Fig. 2.21). Todos los cálculos siguientes se hacen con un ancho b_u . |

| | |
|--|---|
| $q = \frac{1 - \sqrt{1 - 2.36 \left(\frac{2.4E06}{0.9(1000)(55)^2(20)} \right)}}{1.18} = 0.0453$ | Se ha calculado con la Ec. 2.42 , suponiendo un valor de $\varphi=0.9$. El ancho o base unitario, b_u se ha seleccionado a 1000 mm. |
| $A_s = \frac{0.0453(20)(1000)(55)}{420} = 119 \text{ mm}^2$ | Se ha calculado con la Ec. 2.43 . |
| $\beta_1 = 0.85$ $a_b = 0.6(0.85)(55) = 28.05 \text{ mm}$ | Ec. 2.3a. Ec. 2.20. |
| $A_{sb} = \frac{0.85(20)(28.05)(1000)}{420} = 1135 \text{ mm}^2$ | Ec. 2.44. |
| $A_s/A_{sb} = 119/1135 = 0.1048$. Falla dúctil controlada a tensión. | Corresponde a la Ec.2.16b . |
| $\epsilon_s = \left(\frac{0.005}{0.1048} \right) - 0.003 = 0.0447$. Falla dúctil controlada a tensión. | Determinada con Ec. 2.17 y confirma el mismo tipo de falla, según la Ec. 2.18b . |
| $\varphi = 0.65 + (0.0447 - 0.002) \left(\frac{250}{3} \right) = 4.2$ Se toma $\varphi=0.9$ | Calculada de la Ec. 2.24 . Valor que no debe ser mayor que 0.9. . |
| $A_{smin} = 0.0018(1000)(100) = 180 \text{ mm}^2$ | Calculada con la Ec. 2.45 . |
| $A_s/A_{smin} = 119/180 = 0.66 < 1.0$, se deberá colocar el A_{smin} . | Este valor es < 1.0, por lo que se debe colocar el A_{smin} según lo establecido en la Ec. 2.26a . |
| $A_s/1000\text{mm} = 180\text{mm}^2/1000\text{mm}$ | Este acero por ancho unitario b_u , en este caso de 1000 mm se ha de colocar. |
| Cálculo del refuerzo complementario | |
| $A_{sa}/b_{ut} = 0.0018(1000)(100) = 180 \text{ mm}^2/1000 \text{ mm}$ | Como refuerzo transversal por armado y/o temperatura, se utiliza la Ec. 2.58 . |
| Selección y espaciamiento del acero | |
| Recordar que el área de acero de refuerzo y el de armado y/o temperatura, son los mismos (180 mm ² /1000 mm). Las operaciones están en función de b_u . | |
| Acero de refuerzo principal | |
| $s_{ccb} = \frac{1000(71)}{180} = 394 \text{ mm}$ $sl_b = 394 - 9.5 = 385 \text{ mm}$ | s_{ccb} se calcula por la Ec. 2.66a , y sl_b con la Ec. 2.67 . Se tomó ∇ 9.5 mm (3/8"). |

| | |
|---|--|
| $sl_{bmin} = \text{MAX}(8\text{mm}, 25 \text{ mm}) = 25 \text{ mm}$ | Tomada de la Ec. 2.63 . |
| <p> $C_c=r=40 \text{ mm}$: $f_s=0.76f_y$ </p> $sl_{bmax} = \text{MIN} \left(\left(\frac{1.064E05}{281} \right) - 2.5(40), \left(\frac{8.4E04}{281} \right) \right) = 280 \text{ mm}$ <p> $sl_{bmax} = \text{MIN}(3(100), 450\text{mm}) = 300 \text{ mm}$ $sl_{bmax}=278 \text{ mm}=280 \text{ mm}$. </p> | Se usan las Ecs. 2.65 y 2.68 , de la que se escogerá el valor menor y se redondea a 280 mm. |
| <p> $sl_b=385 \text{ mm} > sl_{bmin}=25 \text{ mm}$, adecuada. $sl_b=385 \text{ mm} > sl_{bmax}=280 \text{ mm}$, se tomará 280 mm. Disponer V 9.5 mm @ 280 mm libres. </p> | Espaciamiento mayor al mínimo, pero mayor al máximo. Se tomará sl_b como 280 mm. En este punto se debería revisar el área de acero en la sección, pero se asume que A_s/A_{sb} permanece sin cambio significativo. |
| <p><i>Acero complementario</i></p> | |
| <p> $s_{ccb} = \frac{1000(71)}{180} = 394 \text{ mm}$ $sl_b=385 \text{ mm}$ $sl_{bmin} = 25 \text{ mm}$ $sl_{bmax} = \text{MIN}(5(12), 450\text{mm}) = 450 \text{ mm}$ $sl_b=385 \text{ mm} > sl_{bmin}=25 \text{ mm}$, adecuado. $sl_b=385 \text{ mm} < sl_{bmax}=450 \text{ mm}$, adecuado. Disponer V 9.5 mm @ 385 mm libres. </p> | Las tres primeras formulaciones son las mismas del cálculo anterior, con área de acero similar y V de 9.5 mm. sl_{bmax} para el refuerzo de armado y/o temperatura está dado por la Ec. 2.69 . |

El croquis final se encuentra en la **Fig. 2.22**.

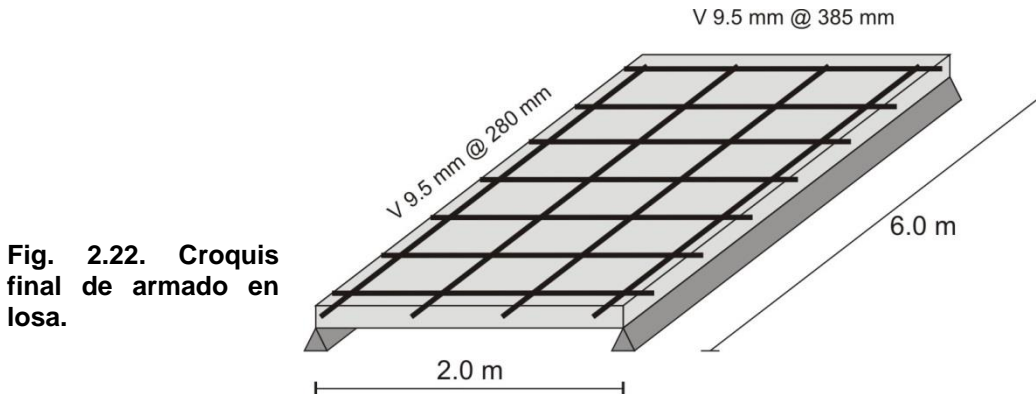


Fig. 2.22. Croquis final de armado en losa.

2.3.4. Diseño a flexión, caso de momento positivo de una viga T

Diseñe una sección de viga T que está formada por un patín de losa de 12 cm, colada monóticamente a una viga. La carga por superficie, q_u es de 1 ton/m^2 . El claro de la viga es de 5.5 m y se supone que soporta una carga uniforme de 3.5 ton/m , como se muestra en la Fig. 2.23.

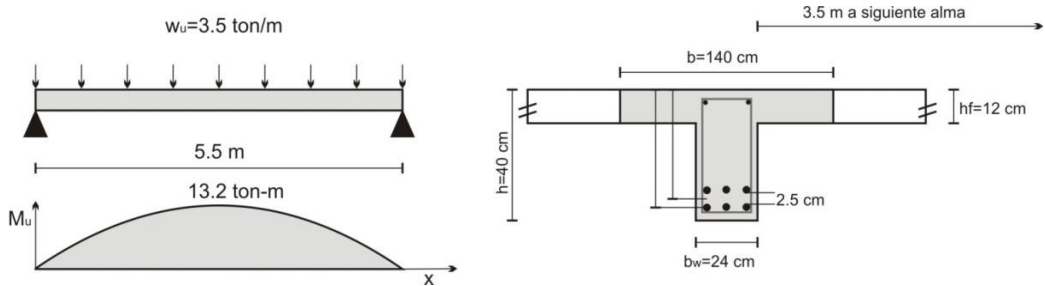


Fig. 2.23. Esquemas del problema 2.3.4.

La sección de viga T tiene una distancia libre de 3.5 m a una siguiente alma. Utilice un f'_c de 200 kgf/cm^2 y un f_y de 4200 kgf/cm^2 , un recubrimiento de 4 cm y estribos de 0.95 cm (3/8”).

Solución

| <i>Dimensionamiento de la sección</i> | |
|--|---|
| $h_{\min} = 550/16 = 34.38 \text{ cm}$. Se tomará a 40 cm. | Se estima para el control de flechas, tomado de la Tabla 2.3 . |
| $b_w/h = 0.6$; $b_w = 24 \text{ cm}$ | Se utilizó la Ec. 2.8 . Se escogió el límite superior de $b_w/h = 0.6$ |
| $d = 40 - (4 + 0.95 + 0.5 \times 2.5) = 33.8 \text{ cm}$ | Calculado con la Ec. 2.6a . Se considera como inicio una sola capa de varillas, con d_b supuesto de 2.5 cm (1”). |
| $b = \text{MIN}(550/4, 16(12+24), (0.5 \times 3500) + 24)$ $b = 137.5 \text{ cm}$, se tomará a 140 cm. | Se utiliza la Ec. 2.9 , se ha tomado el valor menor de los tres valores presentados y se ha redondeado a 140 cm. |
| <i>Cálculo del acero de refuerzo</i> | |
| $M_u = w_u L^2 / 8 = 3.5(5.5)^2 / 8 = 13.2 \text{ ton-m}$ | El resultado es de acuerdo a condición de viga simplemente apoyada. |
| $\phi M_{nf} = 0.9 \times 0.85 \times 200 \times 140 \times 12 \left(\frac{33.8 - 12}{2} \right)$ $= 2.8E06 \text{ kgf-cm} = 28 \text{ ton-m}$ | Se calcula con la Ec. 2.46 . Servirá para revisar si sólo se requiere la acción del patín en compresión. |

| | |
|---|--|
| <p>$\phi M_{nf} > M_u$, sólo la porción del patín, f trabaja a compresión, la viga tiene acción de patín, Tf.</p> <p>Se habrá de diseñar como viga Tf.</p> | <p>Esta comparación nos dice que la porción del patín es suficiente para soportar el momento factorizado, M_u, por lo que se tomarán las disposiciones de viga con acción de patín, Tf.</p> |
| $q = \frac{1 - \sqrt{1 - 2.36 \left(\frac{13.2E05}{0.9(140 \times 33.8^2 \times 200)} \right)}}{1.18} = 0.047$ | <p>Calculada con Ec. 2.47.</p> |
| $A_s = \frac{0.047 \times 200}{4200} (140 \times 33.8) = 10.6 \text{ cm}^2$ | <p>Calculada con Ec. 2.48.</p> |
| <p>$\beta_1 = 0.85$</p> <p>$a_b = 0.6 \times 0.85 \times 33.8 = 17.21 \text{ cm}$</p> $A_{sb} = \frac{0.85 \times 200 \times 140 \times 17.21}{4200} = 97.5 \text{ cm}^2$ | <p>β_1 es determinada con la Ec. 2.3a. a_b es determinada con la Ec. 2.20. Note que se usa el valor de d_i. A_{sb} se calculó con la Ec. 2.49.</p> |
| <p>$A_s/A_{sb} = 10.6/97.5 = 0.108$. Es una falla dúctil controlada a tensión.</p> | <p>Esta relación es según la Ec. 2.16b.</p> |
| $\epsilon_s = \left(\frac{0.005}{0.108} \right) - 0.003 = 0.043$ <p>Es una falla dúctil controlada a tensión.</p> | <p>Como alternativa se puede calcular la deformación con la Ec. 2.17 que confirma el mismo tipo de falla, según la Ec. 2.18b.</p> |
| $\phi = 0.65 + (0.036 - 0.002) \left(\frac{250}{3} \right) = 3.48 \rightarrow 0.9$ | <p>Se calcula con la Ec. 2.24. Un valor mayor de ϕ indicaría falta de control, pero se puede interpretar como igual a 0.9. No se necesita una reiteración del problema, puesto que se supuso inicialmente igual a 0.9.</p> |
| $A_{smin} = \text{MAX} \left[\frac{0.8 \sqrt{200} \times 24 \times 33.8}{4200}, \frac{14 \times 24 \times 33.8}{4200} \right] = 2.7 \text{ cm}^2$ | <p>Calculado con la Ec. 2.25b.</p> |
| <p>$A_s/A_{smin} = 10.6/2.7 = 3.9 > 1.0$. Adecuado.</p> | <p>Esta relación se cumple con la Ec. 2.26b. El área de acero es mayor a la mínima, es adecuado.</p> |
| <p><i>Refuerzo complementario</i></p> | |
| <p>Refuerzo superficial</p> | <p>De acuerdo al peralte de la viga, que es menor a 900 mm no se necesita refuerzo superficial.</p> |
| <p>Refuerzo transversal en patín</p> | <p>Como acero complementario, se debe colocar acero transversal al</p> |

| | |
|---|---|
| | de refuerzo de viga T, a lo largo de la longitud del patín, diseñándose como viga en voladizo, según ACI 8.12.5.1 |
| $W_u=1.0 \text{ ton/m}^2(1\text{m})=1.0 \text{ ton/m}$ $M_u=1.0 \times [(1.40-0.24)/2]^2/2=0.17 \text{ ton-m}$ $h=12 \text{ cm}$ $d=7.5 \text{ cm}$ | Se pueden utilizar los mismos cálculos para el caso de losas sólidas en una dirección, trabajando como voladizo. El voladizo lo forman los patines a cada lado de la viga T. W_u es igual a $q_u \times$ ancho unitario, b_u en longitud del patín y $M_u=W_u \times (\text{ancho de patín})^2/2$. |
| $q/b_u = \frac{1 - \sqrt{1 - 2.36 \left(\frac{0.17E05}{0.9(100)(7.5)^2(200)} \right)}}{1.18} = 0.017/100 \text{ cm}$ $A_s/b_u = \frac{0.017(200)(100)(7.5)}{4200} = 0.6 \text{ cm}^2/100 \text{ cm}$ $\beta_1=0.85$ $a_b = 0.6(0.85)(7.5) = 3.8 \text{ cm}$ $A_{sb} = \frac{0.85(200)(3.8)(100)}{4200} = 15.4 \text{ cm}^2$ $A_s/A_{sb}=0.6/15.4=0.04$. Falla dúctil controlada a tensión. $\epsilon_s = \left(\frac{0.005}{0.04} \right) - 0.003 = 0.12$ Falla dúctil controlada a tensión. $\phi = 0.65 + (0.12 - 0.002) \left(\frac{250}{3} \right) = 10.5$ Se toma $\phi=0.9$ $A_{smin} = 0.0018(100)(12) = 2.16 \text{ cm}^2$ $A_s/A_{smin}=0.6/2.16=0.27 < 1.0$, se deberá colocar el A_{smin} . | Para las operaciones en el cálculo del área de acero unitaria en la longitud del patín, se utilizan las formulaciones para las losas sólidas en una dirección. Recordar que todas estas variables están en función de un ancho unitario, b_u de 100cm. Se han calculado con las Ecs. 2.42 y 2.43 . Ec. 2.3a Ec. 2.20 . Ec. 2.44 . Ec. 2.16b . Ec. 2.17 . Ec. 2.18b . Ec. 2.24 . Ec. 2.45 . Ec. 2.26a . |
| <i>Selección y espaciamiento del acero</i> | |
| En alma de sección T: | |
| $N_b=10.6/2.83= 4 \text{ V } 1.9 \text{ cm}$ | Con la Ec. 2.59 , se escogió varilla de 1.9 cm (3/4") ($a_s=2.83 \text{ cm}^2$). Se redondeó a 4 varillas. |

| | |
|---|---|
| $s_{lb} = \left(\frac{24 - 2 \times 4 - 2 \times 0.95 - 1.9 \times 2}{1} \right) = 10.3 \text{ cm}$ | <p>Se calcula con la Ec. 2.60. Nótese que serán dos capas de acero de refuerzo.</p> |
| <p>$s_{lbmin} = \text{MAX}(1.9, 2.5 \text{ cm}) = 2.5 \text{ cm}$ $s_{lb} = 10.3 \text{ cm} > s_{lbmin} = 2.5 \text{ cm}$, es adecuado.</p> | <p>Se calcula con la Ec. 2.63. s_{lb} resulta mayor que la s_{lbmin}, por lo que es adecuado.</p> |
| <p>$s_{lbvmin} = 2.5 \text{ cm} = s_{lbv} = 2.5 \text{ cm}$, adecuado</p> | <p>Se calcula con la Ec. 2.64. $s_{lbv} = 2.5 \text{ cm}$ resulta igual que s_{lbvmin}, y es adecuado.</p> |
| <p>$C_c = r = 4 \text{ cm}$ $f_s = 0.67(4200) = 2814 \text{ kgf/cm}^2$ $s_{lbmax} = \text{MIN} \left(\left(\frac{1.064E05}{2814} \right) - 2.5(4), \left(\frac{8.4E04}{2814} \right) \right) = 27.8 \text{ cm}$ $s_{lb} = 10.3 \text{ cm} < s_{lbmax} = 27.8 \text{ cm}$, es adecuado. Disponer de V 1.9 cm @ 10.3 cm libres en cada fila.</p> | <p>Se calcula con la Ec. 2.65. s_{lbmax} resulta mayor a s_{lb}. En este caso, C_c se toma igual al recubrimiento r. Se tomarán V 1.9 cm separadas libremente a 10.3 cm.</p> |
| <p>En longitud del patín:</p> | |
| <p>$A_s/b_u = A_{smin}/b_u = 2.16 \text{ cm}^2/100 \text{ cm}$ $s_{ccb} = \frac{100(0.71)}{2.16} = 33 \text{ cm}$ $s_{lb}/b_u = 33 - 0.95 = 32 \text{ cm}$ $s_{lbmin} = \text{MAX}(0.95, 2.5 \text{ cm}) = 2.5 \text{ cm}$ $s_{lbmax} = \text{MIN}(3(12), 45 \text{ cm}) = 45 \text{ cm}$ $s_{lbmax} = \text{MIN} \left(\frac{106400}{2814} - 2.5(4), \frac{84000}{2814} \right) = 28 \text{ cm}$ $s_{lb}/b_u = 32 \text{ cm} > s_{lbmin} = 2.5 \text{ cm}$, adecuada $s_{lb}/b_u = 32 \text{ cm} > s_{lbmax} = 28 \text{ cm}$, tomarse s_{lb} a 28 cm Disponer de V de 0.95 cm @ 28 cm libres.</p> | <p>A_s/b_u fue menor que A_{smin}/b_u, por lo que se colocará ese valor mínimo. Ec. 2.66b. Se escoge var. 0.95 cm. Ec. 2.67. Ec. 2.63. Ec. 2.68. Ec. 2.65. La separación libre por ancho unitario resulta ser mayor a la separación libre máxima. No existe una varilla de menor tamaño que 0.95 cm, por lo que se ajustará a 28 cm su separación y habría de revisarse su límite superior de acero, pero por lo general siempre cumple con esta disposición. Se tomarán V 0.95 cm separadas a lo largo del patín a 28 cm libres.</p> |

La **Fig. 2.24** presenta un croquis final de la sección.

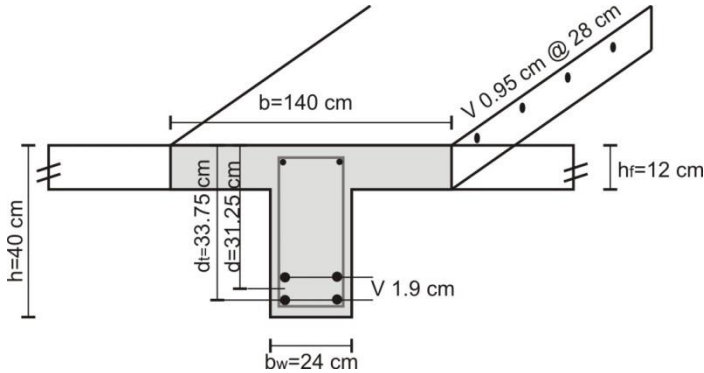


Fig. 2.24. Croquis final de la sección de viga Tf.

2.3.5. Diseño a flexión, caso de momento negativo de una viga T

Calcule el acero de refuerzo para la porción de la longitud de la sección T mostrada en la Fig. 2.25 que supone un momento negativo. Considere un f'_c igual a 200 kgf/cm^2 y f_y de 4200 kgf/cm^2 considerando acero de refuerzo en una capa y diámetro de estribos de 0.95 cm , así como un recubrimiento de 4 cm . Considere una separación a siguiente alma de 3.5 m .

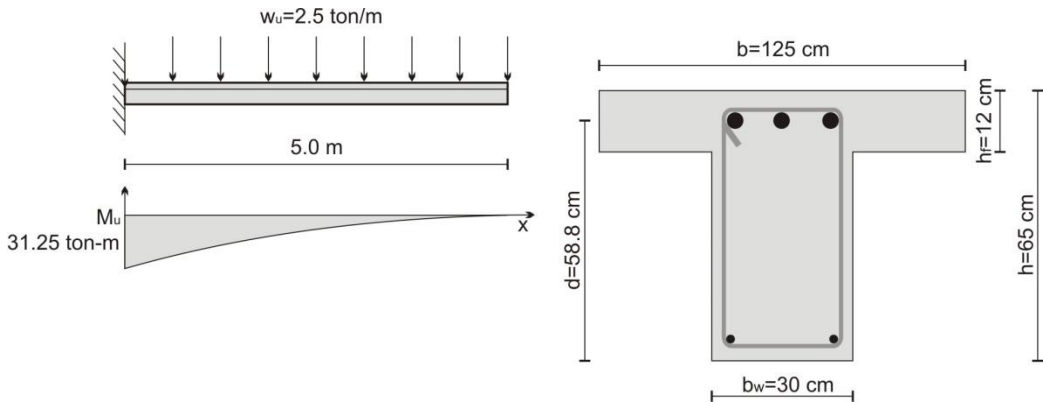


Fig. 2.25. Ilustración de diagrama de cargas y sección del Ejemplo 2.3.5.

Solución

| <i>Dimensionamiento de la sección</i> | |
|---|--|
| $h = 500/8 = 62.5 \text{ cm}$. Se tomará a 65 cm . | Se estima para el control de flechas, tomado de la Tabla 2.3 . Se ha redondeado a 65 cm . |

| | |
|---|---|
| $b_w/h=0.5$; $b_w=32.5$ cm. Se tomará a 30 cm | Se utilizó la Ec. 2.8 . Se escogió el límite superior de $b_w/h=0.5$ |
| $d= 65-(4+0.95+0.5\times 2.5)= 58.8$ cm | Calculado con la Ec. 2.6a . |
| $b=\text{MIN}(500/4, 16(12)+30, 0.5(350)+30)=125$ cm. | Se utiliza la Ec. 2.9 , se ha tomado el valor menor de los tres valores presentados y se ha tomado $b= 125$ cm. |
| <i>Cálculo del acero de refuerzo</i> | |
| $M_u=w_u L^2/2=2.5(5.0)^2/2=31.25$ ton-m | Por ser momento negativo, la parte superior se encuentra en tensión, por lo que la compresión se encuentra en la parte baja del alma. El resultado es de acuerdo a condición de viga en voladizo. |
| $q = \frac{1 - \sqrt{1 - 2.36 \left(\frac{31.25E05}{0.9(30 \times 58.8^2 \times 200)} \right)}}{1.18} = 0.188$ | Calculada con Ec. 2.14 . |
| $A_s = \frac{0.188 \times 200}{4200} (30 \times 58.8) = 15.8 \text{ cm}^2$ | Calculada con Ec. 2.15 . |
| $\beta_1=0.85$ $a_b=0.6 \times 0.85 \times 58.8=30$ cm $A_{sb} = \frac{0.85 \times 200 \times 30 \times 30}{4200} = 36.4 \text{ cm}^2$ | β_1 es determinada con la Ec. 2.3a . a_b es determinada con la Ec. 2.20 . A_{sb} se calculó con la Ec. 2.23 . |
| $A_s/A_{sb}=15.8/36.4=0.43$. Es una falla dúctil controlada a tensión. | Esta relación es según la Ec. 2.16b . |
| $\epsilon_s = \left(\frac{0.005}{0.43} \right) - 0.003 = 0.0086$ Es una falla dúctil controlada a tensión. | Como alternativa se puede calcular la deformación con la Ec. 2.17 que confirma el mismo tipo de falla, según la Ec. 2.18b . |
| $\phi = 0.65 + (0.086 - 0.002) \left(\frac{250}{3} \right) = 7 \rightarrow 0.9$ | Se calcula con la Ec. 2.24 . |
| $A_{smin} = \text{MAX} \left[\frac{0.8 \sqrt{200} \text{ MIN}((2(30), 125)58.8)}{4200}, \frac{14 \text{ MIN}(2(30), 125)58.8}{4200} \right]$ $= 11.76 \text{ cm}^2$ | Calculado con la Ec. 2.57b . Es el caso de vigas estáticamente determinadas (i.e. voladizo) con el patín en tensión. |
| $A_s/A_{smin}=15.8/11.76=1.34>1.0$. Adecuado. | Esta relación se cumple con la Ec. 2.26b . El área de acero es mayor a la mínima, es adecuado. |

| <i>Refuerzo complementario</i> | |
|--|--|
| Refuerzo superficial | De acuerdo al peralte de la viga, que es menor a 900 mm no se necesita refuerzo superficial. |
| Refuerzo transversal en patín | Como acero complementario, se debe colocar acero transversal al de refuerzo de viga T, a lo largo de la longitud del patín, diseñándose como viga en voladizo, según ACI 8.12.5.1 . |
| $A_{smin} = 0.0018(100)(12) = 2.16 \text{ cm}^2$ | Se pueden utilizar los mismos cálculos para el caso de losas sólidas en una dirección, trabajando como voladizo. Este punto se ha repetido en el ejemplo anterior. Aunque en este ejemplo, no se ha mencionado la carga superficial, q_u , puede asumirse que el área de acero por base unitaria, b_u a lo largo del patín será la mínima, entonces el resultado será el mismo como lo mencionado en los dos ejemplos anteriores. Se ha utilizado la Ec. 2.45 . |
| <i>Selección y espaciamiento del acero</i> | |
| En patín de sección T: | |
| $N_b = 15.8 / 2.83 = 5.6 \rightarrow 6 \text{ V } 1.9 \text{ cm}$ | Con la Ec. 2.59 , se escogió varilla de 1.9 cm (3/4") ($a_s = 2.83 \text{ cm}^2$). Se redondeó a 4 varillas. |
| $sl_{bf} = \frac{\text{MIN}(125, 0.1(500)) - 6(1.9)}{5} = 7.7 \text{ cm}$ | Se calcula con la Ec. 2.62 . Nótese que este acero se repartió en una longitud de la zona del patín de $0.1L = 50 \text{ cm}$. |
| $sl_{bmin} = \text{MAX}(1.9, 2.5 \text{ cm}) = 2.5 \text{ cm}$ $sl_b = 7.7 \text{ cm} > sl_{bmin} = 2.5 \text{ cm}$, es adecuado. | Se calcula con la Ec. 2.63 . sl_b resulta mayor que la sl_{bmin} , por lo que es adecuado. |
| $C_c = r = 4 \text{ cm}$ $f_s = 0.67(4200) = 2814 \text{ kgf/cm}^2$ $sl_{bmax} = \text{MIN} \left(\left(\frac{1.064E05}{2814} \right) - 2.5(4) \right) \left(\frac{8.4E04}{2814} \right) = 27.8 \text{ cm}$ $sl_b = 7.7 \text{ cm} < sl_{bmax} = 27.8 \text{ cm}$, es adecuado. Disponer 6 V 1.9 cm @ 7.7 cm libres. | Se calcula con la Ec. 2.65 . sl_{bmax} resulta mayor a sl_b . En este caso, C_c se toma igual al recubrimiento r . Se tomarán V 1.9 cm separadas libremente a 7.7 cm. |
| En longitud del patín: | |

| | |
|---|---|
| <p> $A_s/b_u = A_{smin}/b_u = 2.16 \text{ cm}^2/100 \text{ cm}$ $S_{ccb} = \frac{100(0.71)}{2.16} = 33 \text{ cm}$ $sl_b/b_u = 33 - 0.95 = 32 \text{ cm}$ $sl_{bmin} = \text{MAX}(0.95, 2.5 \text{ cm}) = 2.5 \text{ cm}$ $sl_{bmax} = \text{MIN}(3(12), 45 \text{ cm}) = 45 \text{ cm}$ $sl_{bmax} = \text{MIN}\left(\frac{106400}{2814} - 2.5(4), \frac{84000}{2814}\right) = 28 \text{ cm}$ $sl_b/b_u = 32 \text{ cm} > sl_{bmin} = 2.5 \text{ cm}$, adecuada $sl_b/b_u = 32 \text{ cm} > sl_{bmax} = 28 \text{ cm}$ No adecuada, pero se permitirá. Disponer de V de 0.95 cm @ 28 cm libres. </p> | <p> Como se mencionó anteriormente, se colocará el valor mínimo de acero por ancho unitario de patín, b_u, dado que no se dieron datos de carga en el problema para calcular el acero, pero se ha asumido se obtendría el valor mínimo. Ec. 2.66b. Con V de 0.95 cm. Ec. 2.67. Ec. 2.63. Ec. 2.68. Ec. 2.65. La separación libre por ancho unitario, resulta ser mayor a la separación libre máxima. No existe una varilla de menor tamaño que 0.95 cm, por lo que se ajustará a 28 cm su separación y habría de revisarse su límite superior de acero, pero por lo general siempre cumple con esta disposición. </p> |
|---|---|

El croquis final de la sección se muestra en la **Fig. 2.26**.

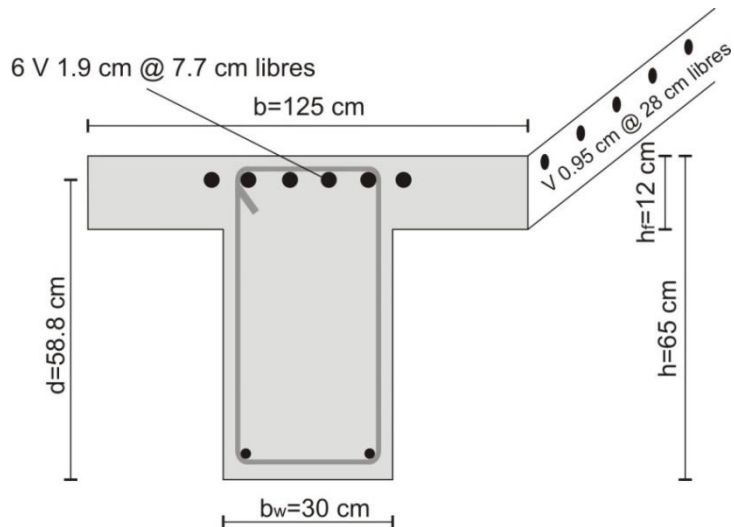


Fig. 2.26. Croquis final del problema 2.3.5.

2.4. Cuestionario y Problemas

C.1. ¿Cuál es el propósito de que se coloque acero de refuerzo extra en una viga con un peralte mayor a 900 mm?

C.2. ¿Qué parámetro se usa para estimar la ductilidad de una sección de viga?

C.3. El cálculo de un peralte mínimo para esperar deflexiones mínimas, es siempre aproximado. ¿Cuál es la dificultad para predecir las deflexiones exactamente?

C.4. Una viga de concreto reforzado puede fallar en tres maneras posibles. Describa cada modo de falla brevemente. ¿Qué determina el modo de falla?

C.5. ¿Cuál es la previsión del ACI para el requisito del área mínima de acero?

C.6. ¿Qué factor controla normalmente el peralte de una losa?

C.7. ¿Qué función tiene el refuerzo de armado y/o temperatura en una losa?

C.8. Explique la razón por la cual una viga en sección en T que utiliza la porción del patín, se diseña igual que una de sección rectangular.

C.9. ¿Por qué no es importante considerar que el acero a compresión llegue a la fluencia o no, como en el acero en tensión en el tipo de falla?

C.10. El incremento en la zona a compresión en una sección, colocando un patín o acero de refuerzo en compresión, ¿incrementaría proporcionalmente el área de acero en tensión?. Explique.

P.1. Una viga rectangular de ancho, $b_w=300$ mm y peralte efectivo $d=330$ mm está reforzada en la parte inferior con 2 varillas de $d_b=32.26$ mm. Si su $f'_c=20$ N/mm² y $f_y=420$ N/mm², determine la capacidad a flexión de la viga y el tipo de falla que presentará.

P.2. Determine el valor de carga uniforme factorizada, w_u que llevará a la sección a la falla última (**Fig. P.2**). Considere un f'_c del concreto de 250 kgf/cm² y un f_y del acero de refuerzo de 4200 kgf/cm².

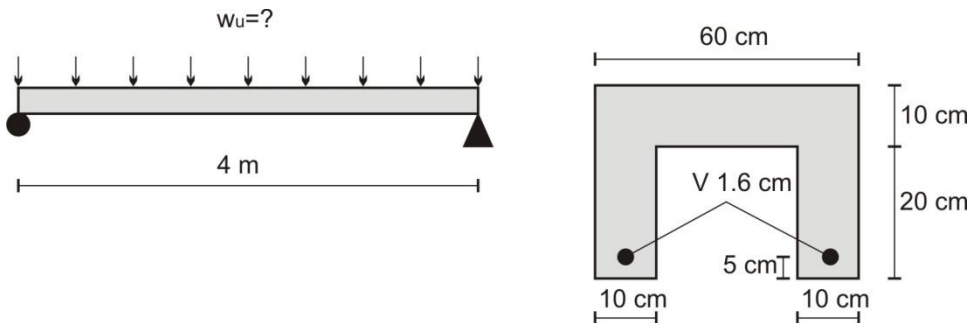


Fig. P.2.

P.3. Determine la magnitud de momento que produce la condición balanceada ($\epsilon_s=0.002$) en la sección de la **Fig. P.3**. Considere un f'_c de 28 N/mm^2 y f_y del acero de refuerzo de 420 N/mm^2 .

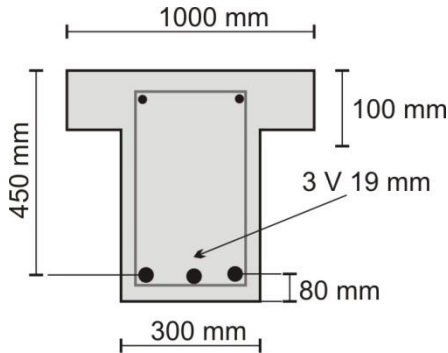


Fig. P.3.

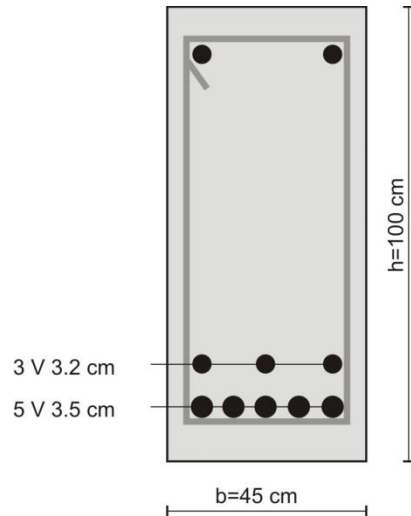


Fig. P.4.

P.4. Determine el área y el espaciamiento del refuerzo superficial requerido por el ACI para el control de agrietamiento en el peralte medio a tensión en la viga de gran peralte mostrada en la **Fig. P.4**.

P.5. Determine la resistencia de diseño a flexión, ϕM_n de la sección triangular de la **Fig. P.5**. Considere $f'_c=250 \text{ kgf/cm}^2$ y $f_y=4200 \text{ kgf/cm}^2$.

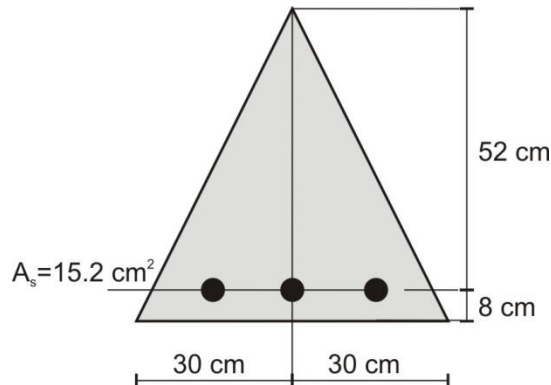


Fig. P.5.

2.5. Símbolos y Abreviaturas

ϕ = Factor de reducción de resistencia.

($'$) = Compresión.

a = Profundidad del bloque de compresiones.

A'_s = Área de acero en compresión.

a_b = Profundidad del bloque de compresiones en la condición balanceada.

A_{cs} = Área de acero correspondiente al par concreto-acero.

A_s = Área de refuerzo en la cara de tensión.

a_s = Área de acero individual de cada varilla

A_{sa-t}/b_{ut} = Área de acero por armado y/o temperatura por base unitaria transversal.

A_{sb} = Área de refuerzo en la cara de tensión en condición balanceada.

A_{sf} = Área de refuerzo por parte del patín.

A_{smax} = Área de refuerzo máxima en la cara de tensión.

A_{smin} = Área de refuerzo mínima en la cara de tensión.

A_{ss} = Área de acero correspondiente al par acero-acero.

A_{sw} = Área de refuerzo por parte del alma.

a_v = Claro de cortante. Distancia entre una carga puntual y la reacción del elemento.

b = Ancho efectivo de patín en vigas T o L.

b_u = Ancho unitario en losa.

b_{ut} = Ancho unitario transversal al acero principal en losa.

b_w = Ancho del alma de una sección de viga.

c = Profundidad del eje neutro.

C'_s = Fuerza del acero a compresión.

C'_{sb} = Fuerza a compresión balanceado del bloque de compresiones del acero.

c_b = Profundidad del eje neutro en la condición balanceada.

C_c = Distancia menor entre el paño de la varilla y la superficie en tensión.

C_c = Fuerza a compresión del bloque de compresiones del concreto.

C_{cb} = Fuerza a compresión del bloque de compresiones del concreto en estado balanceado.

C_{cf} = Fuerza a compresión del bloque de compresiones del concreto en patín.

C_{cw} = Fuerza a compresión del bloque de compresiones del concreto en alma.

d = Peralte efectivo. Distancia de la fibra extrema a compresión al centroide del acero en tensión.

d' = Peralte efectivo a compresión. Distancia de la fibra extrema a compresión al centroide del acero en compresión.

d_b = Diámetro de varilla de refuerzo.

d_s = Diámetro del estribo.

d_t = Peralte efectivo a tensión de la capa de varillas más cercana a la tensión.

E_s = Módulo de elasticidad del acero = $2.1E+05$ N/mm².

f'_c = Resistencia del concreto especificada a 28 días.

f'_s = Esfuerzo a compresión en el acero.

f =Patín.

f_s = Esfuerzo a tensión en el acero de refuerzo.

f_y = Esfuerzo de fluencia del acero de refuerzo.

h = Peralte total de la sección.

$h_{centroide}$ =Altura del centroide del acero, medido desde la base de la sección.

h_f = Peralte total del patín.

h_{min} =Peralte mínimo.

h_w = Peralte total del alma.

L =Longitud del elemento estructural.

L_n =Claro libre del elemento entre apoyos.

M_n = Momento nominal de una sección.

M_{ncs} = Momento nominal por el par concreto-acero.

M_{nf} = Momento nominal por parte del patín.

M_{nss} = Momento nominal por el par acero-acero.

M_{nw} = Momento nominal por parte del alma.

M_u = Momento máximo en las secciones críticas debido a las cargas últimas, se obtiene de un análisis estructural.

q = Índice mecánico de acero.

q_w = Índice mecánico de acero en alma.

r = Recubrimiento del acero de refuerzo.

s =Separación de varillas en vigas de gran peralte.

s =Separación libre a una siguiente alma en vigas T o L.

s_{ccb} =Separación centro a centro de varillas.

s_{lb} =Separación horizontal libre de varillas.

s_{lbr} =Separación libre de varillas en patín en tensión por momento negativo.

s_{lbmax} =Separación horizontal libre máxima de varillas.

s_{lbmin} =Separación horizontal libre mínima de varillas.

s_{lbvmin} =Separación vertical libre mínima de varillas.

s_{lvb} =Separación vertical libre de varillas.

T =Fuerza de tensión.

T_{cs} =Fuerza de tensión del acero por el par concreto-acero.

T_s =Fuerza de tensión en el acero.

T_{sb} =Fuerza del acero en estado balanceado.

T_{sf} = Fuerza de tensión en el acero por parte del patín.

T_{ss} =Fuerza de tensión del acero por el par acero-acero.

T_{sw} = Fuerza de tensión en el acero por parte del alma.

w =Alma.

w_u = Carga factorizada por unidad de longitud.

y_1 =Altura de la capa de acero más alejada de la tensión.

y_2 =Altura de la capa de acero más cercana a la tensión.

β_1 =Relación del esfuerzo a compresión medio/esfuerzo máximo.

ϵ'_s = Deformación del acero en compresión en cualquier valor.

ϵ'_{sb} = Deformación del acero en compresión balanceado.

ϵ_c = Deformación del concreto a compresión.

ϵ_s = Deformación del acero en tensión en cualquier valor.

ϵ_t = Deformación neta en tensión del acero.

ϵ_y = Deformación del acero por tensión en el punto de fluencia.

ρ = Índice del acero de refuerzo, $\rho = A_s/bd$.

ρ_b = Índice del acero de refuerzo en condición balanceada, $\rho_b = A_{sb}/bd$.